Spé Maths
Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MICHEL CHASLES 4

CORRECTION

1. Calculons I en ayant recours à la relation de Chasles:

Ici **la fonction f** est continue sur $[\,0\,;+\infty\,[$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[\,0\,;+\infty\,[$ et par conséquent **I existe**.

$$I=\int_0^{+\infty} f(x)\,dx \iff I=\int_0^1 x\,dx+\int_1^{+\infty}\frac{1}{x}\,dx$$

$$\iff I=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1+\Big[\ln(x)\Big]_1^A,\quad \textbf{avec: } A=+\infty$$

$$\iff I=\left(\frac{1}{2}-0\right)+\left(\lim_{A\to+\infty}\ln(A)-0\right)$$

cad: $I=+\infty$.

Ainsi: $I=+\infty$.

2. Calculons J en ayant recours à la relation de Chasles:

Ici **la fonction f** est continue sur $[\,0\,;+\infty\,[$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[\,0\,;+\infty\,[$ et par conséquent **J existe**.

$$J = \int_0^{+\infty} f(x)\,dx \iff J = \int_0^2 x\,dx + \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx$$

$$\iff J = \int_0^2 x\,dx + \int_2^{+\infty} x^{-2}\,dx$$

$$\iff J = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 + \left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_2^A, \quad \text{avec: } A = +\infty$$

$$\iff J = \left(\frac{4}{2} - 0\right) - \left(\lim_{A \to +\infty} \frac{1}{A} - \frac{1}{2}\right)$$

cad: $J = \frac{5}{2}$, car: $\lim_{A \to +\infty} \frac{1}{A} = 0$.

Ainsi: $J = \frac{5}{2}$.