

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Calcul d'intégrales



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CHASLES ET VALEUR ABSOLUE

2

## CORRECTION

1. Montrons que pour tout  $x \in [-5; 5]$ ,  $f(x) = -(x-2)(x+3)$ :

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in [-5; 5]: \quad & -(x-2)(x+3) = -(x^2 + 3x - 2x - 6) \\ & = -x^2 - x + 6 \\ & = f(x). \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in [-5; 5]$ , nous avons bien:  $f(x) = -(x-2)(x+3)$ .

2. Donnons le tableau de signes de  $f$ :

Notons que les deux racines de  $f$  sont:  $x_1 = -3$  et  $x_2 = 2$ .

Dans ces conditions, nous avons le tableau de signes suivant:

$x$	-5	-3	2	5	
$x-2$	-	0	0	+	
$x+3$	-	0	+	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-

- En conclusion:
- Si  $x \in [-5; -3]$ ,  $f(x) \leq 0$
  - Si  $x \in [-3; 2]$ ,  $f(x) \geq 0$
  - Si  $x \in [2; 5]$ ,  $f(x) \leq 0$ .

3. Calculons  $I = \int_{-5}^5 |-x^2 - x + 6| dx$ :

Soit  $g(x) = |-x^2 - x + 6|$ , pour tout  $x \in [-5; 5]$ .

Nous pouvons écrire:  $g(x) = \begin{cases} x^2 + x - 6 & \text{si } x \in [-5; -3] \\ -x^2 - x + 6 & \text{si } x \in [-3; 2] \\ x^2 + x - 6 & \text{si } x \in [2; 5] \end{cases}$

La fonction  $g$  est continue sur  $[-5; 5]$ . Elle admet donc des primitives sur l'intervalle  $[-5; 5]$  et par conséquent  $I$  existe.

$$I = \int_{-5}^5 g(x) dx \Leftrightarrow I = \int_{-5}^5 |-x^2 - x + 6| dx$$

$$\Leftrightarrow I = \int_{-5}^{-3} (x^2 + x - 6) dx + \int_{-3}^2 (-x^2 - x + 6) dx + \int_2^5 (x^2 + x - 6) dx$$

$$\Leftrightarrow I = \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x \right]_{-5}^{-3} + \left[ -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 6x \right]_{-3}^2 + \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x \right]_2^5$$

cad:  $I = 27$ .

Ainsi:  $I = 27$ .