Spé Maths
Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CHASLES ET VALEUR ABSOLUE

1

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I en ayant recours à la relation de Chasles:

Soit $f(x) = |x - 3|$, pour tout $x \in [2;7]$.

Nous pouvons écrire: $f(x) = \begin{cases} -x+3 & \text{si } x \in [2;3] \\ x-3 & \text{si } x \in [3;7] \end{cases}$.

Ici **la fonction f** est continue sur $[2;7]$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[2;7]$ et par conséquent **I existe**.

$$I = \int_2^7 f(x)\,dx \iff I = \int_2^7 |x-3|\,dx$$

$$\iff I = \int_2^3 (-x+3)\,dx + \int_3^7 (x-3)\,dx$$

$$\iff I = \left[\frac{-x^2}{2} + 3x\right]_2^3 + \left[\frac{x^2}{2} - 3x\right]_3^7$$

$$\iff I = \left(-\frac{9}{2} + 9 + 2 - 6\right) + \left(\frac{49}{2} - 21 - \frac{9}{2} + 9\right)$$

cad: $I = \dfrac{17}{2}$.

Ainsi: $I = \frac{17}{2}$.

2. Calculons l'intégrale J en ayant recours à la relation de Chasles:

Soit $f(x) = |-x^3 + 8|$, pour tout $x \in [0; 4]$.

Nous pouvons écrire: $f(x) = \begin{cases} -x^3 + 8 \text{ si } x \in [0; 2] \\ x^3 - 8 \text{ si } x \in [2; 4] \end{cases}$.

Ici **la fonction f** est continue sur $[0; 4]$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[0; 4]$ et par conséquent **J existe**.

$$J = \int_0^4 f(x)\, dx \iff J = \int_0^4 |-x^3 + 8|\, dx$$

$$\iff J = \int_0^2 (-x^3 + 8)\, dx + \int_2^4 (x^3 - 8)\, dx$$

$$\iff J = \left[\frac{-x^4}{4} + 8x \right]_0^2 + \left[\frac{x^4}{4} - 8x \right]_2^4$$

$$\iff J = (-4 + 16 - 0) + (64 - 32 - 4 + 16)$$

cad: $J = 56$.

Ainsi: $J = 56$.