

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I :

Ici: $I = \int_{-2}^2 (e^{x/a} + e^{-x/a}) dx, a \in \mathbb{R}^*$.

Soit $f(x) = e^{x/a} + e^{-x/a}$. f est continue sur $[-2; 2]$. Elle admet donc des primitives sur $[-2; 2]$ et par conséquent I existe.

Notons que: $f(-x) = (e^{(-x)/a} + e^{-(-x)/a})$
 $= e^{-x/a} + e^{x/a}$
 $= f(x).$

f est donc une fonction paire.

Par conséquent: $I = 2 \times \int_0^2 (e^{x/a} + e^{-x/a}) dx$

$$\Leftrightarrow I = 2 \times [a \times e^{x/a} - a \times e^{-x/a}]_0^2$$

$$\Leftrightarrow I = 2a \times [e^{x/a} - e^{-x/a}]_0^2$$

cad: $I = 2a \times (e^{2/a} - e^{-2/a}).$

Ainsi: $I = 2a \times (e^{2/a} - e^{-2/a})$.

2. Calculons l'intégrale J:

$$\text{Ici: } J = \int_{-3}^3 x e^{-x^2} dx.$$

Soit $f(x) = x e^{-x^2}$. f est continue sur $[-3; 3]$. Elle admet donc des primitives sur $[-3; 3]$ et par conséquent J existe.

Notons que: $f(-x) = (-x) e^{-(-x)^2}$

$$= -x e^{-x^2}$$
$$= -f(x).$$

Ainsi: f est une fonction impaire et donc $I = 0$.