

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I :

$$\text{Ici: } I = \int_{-2}^2 (x^3 - \sqrt[3]{x}) x^2 dx \Leftrightarrow I = \int_{-2}^2 (x^3 - x^{1/3}) x^2 dx.$$

Soit $f(x) = (x^3 - x^{1/3}) x^2$. f est continue sur $[-2; 2]$. Elle admet donc des primitives sur $[-2; 2]$ et par conséquent I existe.

Notons que:

$$\begin{aligned} f(-x) &= ((-x)^3 - (-x)^{1/3}) (-x)^2 \\ &= (-x^3 + x^{1/3}) x^2 \\ &= -(x^3 - x^{1/3}) x^2 \\ &= -f(x). \end{aligned}$$

Ainsi: f est une fonction impaire et donc $I = 0$.

2. Calculons l'intégrale J :

$$\text{Ici: } J = \int_{-1}^1 e^{(-2x+1)} dx.$$

Soit $f(x) = e^{(-2x+1)}$. f est continue sur $[-1; 1]$. Elle admet donc des primitives sur $[-1; 1]$ et par conséquent J existe.

Notons que: $f(-x) = e^{(-2(-x)+1)}$

$$= e^{(2x+1)}$$

$\neq f(x)$ et $\neq -f(x)$.

f n'est donc ni paire, ni impaire. Nous devons donc procéder au calcul de J !

$$J = \int_{-1}^1 e^{(-2x+1)} dx \Leftrightarrow J = \left[-\frac{1}{2} e^{(-2x+1)} \right]_{-1}^1$$

$$\Leftrightarrow J = -\frac{1}{2} \left(e^{(-2 \times 1 + 1)} - e^{(-2 \times (-1) + 1)} \right)$$

$$\text{cad: } J = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{e} - e^3 \right).$$

$$\text{Ainsi: } J = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{e} - e^3 \right).$$