Spé Maths
Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'INTÉGRALES 3

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I:

Ici: $I = \int_1^2 \frac{dx}{3x^2}$.

Soit $f(x) = \frac{1}{3x^2}$. f est continue sur $[1; 2]$. Elle admet donc des primitives sur $[1; 2]$ et par conséquent **I existe**.

$$I = \int_1^2 \frac{1}{3x^2}\,dx \iff I = \int_1^2 \frac{1}{3} \times x^{-2}\,dx$$

$$\iff I = \frac{1}{3} \times \left[-x^{-1} \right]_1^2$$

$$\iff I = -\frac{1}{3} \times \left[\frac{1}{x} \right]_1^2$$

$$\iff I = -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1} \right)$$

cad: $I = \frac{1}{6}$.

Ainsi: $I = \frac{1}{6}$.

2. Calculons l'intégrale J:

Ici: $J = \int_1^2 \left(x - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx.$

Soit $f(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$. f est continue sur $[1; 2]$. Elle admet donc des primitives sur $[1; 2]$ et par conséquent **J existe**.

$$J = \int_1^2 \left(x - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx \iff J = \int_1^2 (x - x^{-1/2})\, dx$$

$$\iff J = \left[\frac{x^2}{2} - 2x^{1/2} \right]_1^2$$

$$\iff J = \left(\frac{(2)^2}{2} - 2 \times (2)^{1/2} \right) - \left(\frac{(1)^2}{2} - 2 \times (1)^{1/2} \right)$$

cad: $J = \frac{7}{2} - 2\sqrt{2}.$

Ainsi: $J = \frac{7}{2} - 2\sqrt{2}.$

3. Calculons l'intégrale K:

Ici: $K = \int_0^1 \frac{dx}{x+2}.$

Soit $f(x) = \frac{1}{x+2}$. f est continue sur $[0; 1]$. Elle admet donc des primitives sur $[0; 1]$ et par conséquent **K existe**.

$$K = \int_0^1 \frac{dx}{x+2} \iff K = [\ln(x+2)]_0^1$$

$$\iff K = (\ln(3) - \ln(2))$$

cad: $K = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$.

Ainsi: $K = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$.