Spé Maths
Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'INTÉGRALES 2

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I :

Ici : $I = \int_0^1 (3x^{1/2} - 6x)\, dx$.

Soit $f(x) = 3x^{1/2} - 6x$. f est continue sur [0 ; 1]. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle [0 ; 1] et par conséquent I **existe**.

$I = \int_0^1 (3x^{1/2} - 6x)\, dx \iff I = [\, 2x^{3/2} - 3x^2 \,]_0^1$

$\iff I = (2 \times (1)^{3/2} - 3 \times (1)^2) - (2 \times (0)^{3/2} - 3 \times (0)^2)$

cad : $I = -1$.

Ainsi : $I = -1$.

2. Calculons l'intégrale J :

Ici : $J = \int_0^3 (\sqrt{2x} + x^{1/3})\, dx$.

Soit $f(x) = \sqrt{2x} + x^{1/3}$. f est continue sur [0 ; 3]. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle [0 ; 3] et par conséquent J **existe**.

$$J = \int_0^3 (\sqrt{2x} + x^{1/3})\, dx \iff J = \int_0^3 ((2x)^{1/2} + x^{1/3})\, dx$$

$$\iff J = \int_0^3 (2^{1/2} \times x^{1/2} + x^{1/3})\, dx$$

$$\iff J = 2^{1/2} \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \right]_0^3 + \left[\frac{3}{4} x^{4/3} \right]_0^3$$

$$\iff J = 2^{1/2} \left(\frac{2}{3} (3)^{3/2} - 0 \right) + \left(\frac{3}{4} \times (3)^{4/3} - 0 \right)$$

cad: $J = 2^{3/2} \times 3^{1/2} + \frac{3}{4} \times 3^{4/3}$.

ou encore: $J = 2\sqrt{6} + \frac{3}{4} (81)^{1/3}$.

Ainsi: $J = 2\sqrt{6} + \frac{3}{4} (81)^{1/3}$.

3. Calculons l'intégrale K:

Ici: $K = \int_1^3 \frac{1}{x^3}\, dx$.

Soit $f(x) = \frac{1}{x^3}$. f est continue sur $[1; 3]$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[1; 3]$ et par conséquent **K existe**.

$$K = \int_1^3 \frac{1}{x^3}\, dx \iff K = \int_1^3 x^{-3}\, dx$$

$$\iff K = \left[\frac{x^{-2}}{-2} \right]_1^3$$

$$\iff K = -\frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{x^2} \right]_1^3$$

$$\iff K = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{(3)^2} - \frac{1}{(1)^2} \right)$$

cad: $K = \frac{4}{9}$.

Ainsi: $K = \frac{4}{9}$.