

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE INTÉGRALE !

10

CORRECTION

Calculons l'intégrale I :

Ici: $I = \int_1^3 \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) dx.$

Soit $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$. f est continue sur $[1; 3]$. Elle admet donc des primitives

sur $[1; 3]$ et par conséquent I existe.

$$I = \int_1^3 \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) dx \Leftrightarrow I = 2 \times \int_1^3 \frac{U'(x) \times (U(x) - 1)}{U(x)} dx,$$

avec: $U(x) = 1 + \sqrt{x}$

$$\Leftrightarrow I = 2 \times \int_1^3 U'(x) dx - 2 \times \int_1^3 \frac{U'(x)}{U(x)} dx$$

$$\Leftrightarrow I = 2 \times [U(x)]_1^3 - 2 \times [\ln(U(x))]_1^3,$$

$$\Leftrightarrow I = 2 \times [1 + \sqrt{x}]_1^3 - 2 \times [\ln(1 + \sqrt{x})]_1^3,$$

cad: $I = 2 \times (1 + \sqrt{3} - 1 - 1) - 2 \times (\ln(1 + \sqrt{3}) - \ln(2)).$

Ainsi: $I = 2 \times (-1 + \sqrt{3}) + 2 \times (\ln(2) - \ln(1 + \sqrt{3}))$

ou: $I = 2 \times \left[-1 + \sqrt{3} + \ln\left(\frac{2}{1 + \sqrt{3}}\right) \right]$