Spé Maths
Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA DÉRIVÉE D'UNE INTÉGRALE ? 3

CORRECTION

Calculons F' (x) sur] 0 ; +∞ [:

Ici: $F(x) = \int_{x}^{x^3} (\ln(t) + 1)\,dt$.

• Soit $f(t) = \ln(t) + 1$. f est continue sur] 0 ; +∞ [. Elle admet donc des primitives sur] 0 ; +∞ [et par conséquent: $\int_{x}^{x^3} (\ln(t) + 1)\,dt$ **existe.**

$$F(x) = \int_{x}^{x^3} (\ln(t) + 1)\,dt \iff F(x) = \Big[t \times \ln(t) - t + t \Big]_{x}^{x^3}$$

$$\iff F(x) = \Big[t \times \ln(t) \Big]_{x}^{x^3}$$

cad: $F(x) = x^3 \times \ln(x^3) - x \times \ln(x)$

$= 3x^3 \times \ln(x) - x \times \ln(x)$

$= (3x^3 - x) \times \ln(x)$.

• Soit $F(x) = (3x^3 - x) \times \ln(x)$. F est dérivable sur] 0 ; +∞ [.

Dans ces conditions, pour tout $x \in]\,0\,;+\infty\,[$, nous pouvons calculer F'.

Pour tout $x \in]\,0\,;+\infty\,[$: $\quad F'(x) = (9x^2 - 1) \times \ln(x) + (3x^3 - x) \times \left(\frac{1}{x}\right)$

$$= (9x^2 - 1) \times \ln(x) + (3x^2 - 1).$$

Ainsi, la dérivée de F sur $]\,0\,;+\infty\,[$ est : $\quad F'(x) = (9x^2 - 1) \times \ln(x) + (3x^2 - 1).$