

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Pour tout réel $x \in [0; 1]$ et $n \in \mathbb{N}^*$, soient: • $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$.

• $I_{n+1} = (n+1) I_n - 1$.

1. Montrer que: $I_1 = e - 2$.

2. Calculer I_2 .

3. Justifier que pour tout réel $x \in [0; 1]$ et $n \in \mathbb{N}^*$: $0 \leq x^n e^{-x} \leq x^n e$.

4. Démontrer que: $\int_0^1 x^n e dx = \frac{e}{n+1}$:

5. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $0 \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$.

On donne: $\int x e^{-x} dx = (-1-x) e^{-x}$.