

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Calcul d'intégrales



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ

Pour tout réel $x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$ et $n \in \mathbb{N}$, soit: $I_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1-x} dx$.

1. Montrer que: $I_0 = \ln(2)$.

2. a. Calculer $I_0 - I_1$.

b. En déduire I_1 .

3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $I_n - I_{n+1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1}$.

4. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2^n}$, sachant que $0 \leq \frac{x^n}{1-x} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$.