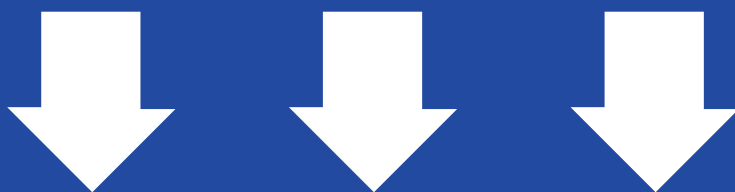


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Calcul d'intégrales



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# $a, b$ ? ET VALEUR MOYENNE

5

## CORRECTION

1. Écrivons  $f$  sous la forme  $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)}$ :

Pour tout  $x \in [2; 4]$ :  $f(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2}$ .

Dans ces conditions:  $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)}$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{(x-1)^2} = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{(x-1)^2} = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = a + bx - b$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = bx + (-a-b)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = b \\ 1 = a - b \end{cases}$$

cad:  $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$ .

Ainsi, pour tout  $x \in [2; 4]$ :  $f(x) = \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)}$ .

2. Calculons alors  $I = \int_2^4 f(x) dx$ :

$$\text{Ici: } I = \int_2^4 \left( \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)} \right) dx.$$

Soit  $f(x) = \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)}$ .  $f$  est continue sur  $[2; 4]$ . Elle admet donc

des primitives sur  $[2; 4]$  et par conséquent  $I$  existe.

$$I = \int_2^4 \left( \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)} \right) dx \Leftrightarrow I = 3 \times \int_2^4 \frac{1}{(x-1)^2} dx + 2 \times \int_2^4 \frac{1}{(x-1)} dx$$

$$\Leftrightarrow I = 3 \times \left[ \frac{-1}{(x-1)} \right]_2^4 + 2 \times \left[ \ln(x-1) \right]_2^4$$

$$\Leftrightarrow I = -3 \times \left( \frac{1}{3} - 1 \right) + 2 \times (\ln 3 - \ln 1)$$

$$\text{cad: } I = 2 + 2 \ln 3.$$

$$\text{Ainsi: } I = 2 + 2 \ln 3.$$

3. Déduisons-en la valeur moyenne de  $f$  sur  $[2; 4]$ :

La valeur moyenne de  $f$  sur  $[2; 4]$  correspond au nombre  $\mu$  tel que:

$$\mu = \left( \frac{1}{4-2} \right) \times \int_2^4 f(x) dx.$$

Ici, nous avons donc:  $\mu = \left( \frac{1}{4-2} \right) \times (2 + 2\ln 3)$

cad:  $\mu = 1 + \ln 3.$

Ainsi, la valeur moyenne de  $f$  sur  $[2; 4]$  est:  $\mu = 1 + \ln 3.$