Spé Maths
Terminale

« ln » : Dérivées & Limites

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UN MINIMUM ?

CORRECTION

1. Calculons f':

La fonction f est dérivable sur $]\,0\,;+\infty\,[$ comme produit de deux fonctions dérivables sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Pour tout $x \in\,]\,0\,;+\infty\,[$: $f'(x) = (1 \times \ln(x)) + \left(x \times \left(\frac{1}{x}\right)\right)$ $(U' \times V + U \times V')$

$= 1 + \ln(x)$.

Ainsi sur $]\,0\,;+\infty\,[$, la dérivée de f est: $f'(x) = 1 + \ln(x)$.

2. Montrons que f admet un minimum sur $]\,0\,;+\infty\,[$:

Nous savons que pour tout $x \in\,]\,0\,;+\infty\,[$: $f'(x) = 1 + \ln(x)$.

Or: $1 + \ln(x) = 0$ ssi $x = e^{-1}$.

Dans ces conditions:
- f est décroissante sur $]\,0\,;e^{-1}\,]$
- f est croissante sur $[\,e^{-1}\,;+\infty\,[$.

D'où le tableau de variations suivant:

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0^{+}	$\searrow$	$f(e^{-1})$	$\nearrow$	$+\infty$

Ainsi, la fonction f admet un minimum en: e^{-1}.

3. Déterminons les coordonnées de ce minimum:

Nous savons que l'abscisse du minimum est: $x_M = e^{-1}$.

Dans ces conditions, son ordonnée est: $y_M = f(e^{-1})$ cad $y_M = -e^{-1}$.

Ainsi, les coordonnées du minimum de la fonction f sont:

$$x_M = e^{-1} \text{ et } y_M = -e^{-1}.$$