

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

« **ln** » : Dérivées & Limites



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite de f quand x tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(2x - 1) - x + 1$.

- $\mathcal{D}f = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[\quad (2x - 1 > 0)$.

- $f(x) = \ln(2x - 1) - x + 1 \Leftrightarrow f(x) = \ln\left[x\left(2 - \frac{1}{x}\right)\right] - x + 1$

$$\Leftrightarrow f(x) = \ln(x) + \ln\left(2 - \frac{1}{x}\right) - x + 1$$

$$\Leftrightarrow f(x) = x \left[\frac{\ln(x)}{x} - 1 \right] + \ln\left(2 - \frac{1}{x}\right) + 1.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \times [0 - 1] + \ln(2) + 1 = -\infty$.

2. Étudions la limite de f quand x tend vers 0^+ :

Ici: $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x} + 4x - 7.$

• $\mathcal{D}f =]-1; 0[\cup]0; +\infty[.$ ($1+x > 0$ et $x \neq 0$)

• $f(x) = \left(\frac{\ln(1+x)}{x} \right) + 4x - 7.$

Or: • $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1,$ d'après le cours

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} 4x - 7 = -7.$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 - 7 = -6.$

3. Étudions la limite de f quand x tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x-3})}{x}.$

• $\mathcal{D}f =]3; +\infty[.$ ($x-3 > 0$ et $x \neq 0$)

• $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x-3})}{x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{\ln(x-3)^{1/2}}{x}$

$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2x} \ln(x-3)$

$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2x} \left(\ln \left[x \left(1 - \frac{3}{x} \right) \right] \right)$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2x} \left(\ln(x) + \ln\left(1 - \frac{3}{x}\right) \right)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(x)}{x} + \frac{\ln\left(1 - \frac{3}{x}\right)}{x} \right]$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, d'après le cours

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x} = 0$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2} x [0 + 0] = 0$.