Spé Maths
Terminale

« ln » : Dérivées & Limites

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LIMITES 5

CORRECTION

1. a. Étudions la limite de f quand x tend vers 0^+:

Ici: $f(x) = \ln(-x^2 + 4x)$ pour tout $x \in]0; 4[$.

- $\mathcal{D}f =]0; 4[$.

- $f(x) = \ln(-x^2 + 4x) \iff f(x) = \ln[x(-x + 4)]$

$\iff f(x) = \ln(x) + \ln(-x + 4)$.

Or:
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$, d'après le cours
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(-x + 4) = \ln(4)$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$.

1. b. Étudions la limite de f quand x tend vers 4^-:

Ici: $f(x) = \ln(-x^2 + 4x)$ pour tout $x \in]0; 4[$.

- $\mathcal{D}f =]0; 4[$.

- $f(x) = \ln(-x^2 + 4x) \iff f(x) = \ln(x) + \ln(-x + 4)$.

Or:
- $\lim\limits_{x \to 4^-} \ln(x) = \ln(4)$
- $\lim\limits_{x \to 4^-} \ln(-x + 4) = \lim\limits_{X \to 0^+} \ln(X)$, avec: $X = -x + 4$

$= -\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = -\infty$.

2. a. Étudions la limite de f quand x tend vers $-\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(1 + e^{-2x})$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.
- $f(x) = \ln(1 + e^{-2x}) \iff f(x) = \ln\left(1 + \dfrac{1}{e^{2x}}\right)$.

Or:
- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{e^{2x}} = 0$, d'après le cours
- $\lim\limits_{x \to -\infty} 1 + \dfrac{1}{e^{2x}} = 1$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \ln(1) = 0$.

2. b. Étudions la limite de f quand x tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(1 + e^{-2x})$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

• $f(x) = \ln(1 + e^{-2x}) \iff f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right)$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{e^{2x}} = 0$, d'après le cours

• $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + \frac{1}{e^{2x}} = 1$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(1) = 0$.