

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

« **ln** » : Dérivées & Limites



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. a. Étudions la limite de f_3 en $a = 0^+$:

Ici: $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f_3 =]0; +\infty[$.

- $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3} \Leftrightarrow f_3(x) = \frac{\ln(x)}{2x + 3} + \frac{1}{2x + 3}$.

Or:

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x + 3} = \frac{1}{3}$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3} \ln(x)$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_3(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3} \ln(x) + \frac{1}{3} = -\infty$.

1. b. Étudions la limite de f_3 en $a = +\infty$:

Ici: $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f_3 =]0; +\infty[$.

• $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3} \iff f_3(x) = \left(\frac{\ln(x)}{x} \times \frac{x}{2x + 3} \right) + \frac{1}{2x + 3}$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x + 3} = 0$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, d'après le cours

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x \left(2 + \frac{3}{x} \right)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(2 + \frac{3}{x} \right)}$$

$= \frac{1}{2}$, car: $\frac{3}{x}$ tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_3(x) = 0 \times \frac{1}{2} + 0 = 0$.

2. Étudions la limite de f_4 en $a = 0^+$:

Ici: $f_4(x) = (3 - x) \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f_4 =]0; +\infty[$.

$$\bullet f_4(x) = (3 - x) \ln(x) \Leftrightarrow f_4(x) = 3 \ln(x) - x \ln(x).$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} 3 \ln(x) = 3 \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$, d'après le cours

$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_4(x) = -\infty - (0) = -\infty$.