

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

« **ln** » : Dérivées & Limites



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite de f , en $a = +\infty$:

Ici: $f_1(x) = \frac{\ln(x)}{x+1}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f_1 =]0; +\infty[$.

- $f_1(x) = \frac{\ln(x)}{x+1} \iff f_1(x) = \frac{\ln(x)}{x} \times \frac{x}{x+1}$.

Or: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, d'après le cours.

Et: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$= 1, \text{ car: } \frac{1}{x} \text{ tend vers } 0 \text{ quand } x \text{ tend vers } +\infty.$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = 0 \times l = 0$.

2. Étudions la limite de f_2 en $a = 0^+$:

Ici: $f_2(x) = \frac{l}{x} + \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f_2 =]0; +\infty[$.

- $f_2(x) = \frac{l}{x} + \ln(x) \iff f_2(x) = \frac{l}{x} (1 + x \ln(x))$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$, d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} l + x \ln(x) = l$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{l}{x} = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_2(x) = +\infty \times l = +\infty$.