Spé Maths
Terminale

Fonction logarithme : ln(x)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS 9

CORRECTION

1. Résolvons sur] 0 ; +∞ [l'équation (1):

Sur] 0 ; +∞ [: $2 [\ln(x)]^2 - 4 \ln\left(\frac{1}{x}\right) - 6 = 0 \iff 2 [\ln(x)]^2 + 4 \ln(x) - 6 = 0.$ **(a)**

En posant $X = \ln(x)$: (a) $\iff 2X^2 + 4X - 6 = 0.$

Soit l'équation: $2X^2 + 4X - 6 = 0.$

$\Delta = 64 > 0.$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $2X^2 + 4X - 6 = 0$ admet deux solutions distinctes:

- $X_1 = \frac{-4-8}{4} = -3$

- $X_2 = \frac{-4+8}{4} = 1.$

L'équation $2X^2 + 4X - 6 = 0$ admet deux solutions: $X_1 = -3$ et $X_2 = 1.$

Or: • $X_1 = -3 \iff \ln(x_1) = -3$ cad $x_1 = e^{-3} \in]0;+\infty[$,

• $X_2 = 1 \iff \ln(x_2) = 1$ cad $x_2 = e^1 \in]0;+\infty[$.

L'équation (1) admet donc deux solutions: $x_1 = e^{-3}$ et $x_2 = e^1$.

2. Résolvons sur $]0;+\infty[$ l'équation (2):

En posant $X = \ln(x)$: (2) $\iff X^2 - (1+e)X + e = 0$.

Soit l'équation: $X^2 - (1+e)X + e = 0$.

$\Delta = (e-1)^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation $X^2 - (1+e)X + e = 0$ admet deux solutions distinctes:

• $X_1 = \dfrac{(1+e)-(e-1)}{2} = 1$

• $X_2 = \dfrac{(1+e)+(e-1)}{2} = e$.

L'équation $X^2 - (1+e)X + e = 0$ admet deux solutions: $X_1 = 1$ et $X_2 = e$.

Or: • $X_1 = 1 \iff \ln(x_1) = 1$ cad $x_1 = e \in]0;+\infty[$,

• $X_2 = e \iff \ln(x_2) = e$ cad $x_2 = e^e \in]0;+\infty[$.

L'équation (2) admet donc deux solutions: $x_1 = e$ et $x_2 = e^e$.