

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonction logarithme : $\ln(x)$



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Résolvons l'équation (1):

• Nous devons avoir:

$$\left\{ \begin{array}{l} -x > 0 \\ \text{et} \\ 2x + 4 > 0 \\ \text{et} \\ -3x + 5 > 0 \end{array} \right. \text{ cad } \left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ \text{et} \\ x > -2 \\ \text{et} \\ x < \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (1) pour tout $x \in]-2; 0[$:

$$\ln(-x) = \ln(2x + 4) + \ln(-3x + 5) \iff \ln(-x) = \ln[(2x + 4)(-3x + 5)]$$

$$\iff -x = (2x + 4)(-3x + 5)$$

$$\iff 6x^2 + x + 20 = 0.$$

Soit l'équation: $6x^2 + x + 20 = 0$.

$$\Delta = -479 < 0.$$

Ainsi, comme $\Delta < 0$: l'équation (1) n'admet aucune solution.

2. Résolvons l'équation (2):

• Nous devons avoir:

$$\left\{ \begin{array}{l} -x > 0 \\ \text{et} \\ -x - 1 > 0 \\ \text{et} \\ -2x + 4 > 0 \end{array} \right. \quad \text{cad} \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ \text{et} \\ x < -1 \\ \text{et} \\ x < 2 \end{array} \right.$$

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (2) pour tout $x \in]-\infty ; -1[$:

$$\ln(-x) + \ln(-x-1) = \ln(-2x+4) \Leftrightarrow \ln[x(x+1)] = \ln(-2x+4)$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) = -2x+4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0.$$

Soit l'équation: $x^2 + 3x - 4 = 0$.

$$\Delta = 25 > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation (2) admet deux solutions distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3 \in]-\infty ; -1[$$

$$\bullet x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2 \notin]-\infty ; -1[.$$

Ainsi, l'équation admet une seule solution: $x = -3$.

3. Résolvons l'équation (3):

• Nous devons avoir:
$$\begin{cases} -x^2 + 3 > 0 \\ \text{et} \\ -x + 3 > 0 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} x^2 < 3 \\ \text{et} \\ x < 3 \end{cases}$$

$$\text{cad} \quad \begin{cases} x \in]-\sqrt{3}; \sqrt{3}[\\ \text{et} \\ x < 3 \end{cases}$$

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (3) pour tout $x \in]-\sqrt{3}; \sqrt{3}[$:

$$\begin{aligned} \ln(-x^2 + 3) = \ln(-x + 3) &\Leftrightarrow -x^2 + 3 = -x + 3 \\ &\Leftrightarrow -x^2 + x = 0. \end{aligned}$$

Soit l'équation: $-x^2 + x = 0$ (a).

$$(a) \Leftrightarrow -x(x - 1) = 0 \quad \text{cad} \quad x = 0 \text{ ou } x = 1.$$

Ainsi, l'équation (3) admet deux solutions qui appartiennent à $]-\sqrt{3}; \sqrt{3}[$:

$$x = 0 \text{ et } x = 1.$$