Spé Maths
Terminale

Fonction logarithme : ln(x)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS 5

CORRECTION

1. Résolvons l'équation (1):

- $(\ln(x) - 1)(\ln(x) + 1)$ existe ssi: $x > 0$.
- Nous pouvons donc résoudre l'équation (1) pour tout $x \in]\,0\,; +\infty\,[$:

$(\ln(x) - 1)(\ln(x) + 1) = 0 \iff (\ln(x))^2 - 1 = 0$

$$\iff \begin{cases} \ln(x) = 1 \\ \text{ou} \\ \ln(x) = -1 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} x = e \\ \text{ou} \\ x = e^{-1} \end{cases}$$

Ainsi, l'équation (1) admet deux solutions: $x = e$ et $x = e^{-1}$.

2. Résolvons l'équation (2):

- $\ln(x + 3)$ existe ssi: $x + 3 > 0$ cad $x > -3$.
- Nous pouvons donc résoudre l'équation (2) pour tout $x \in]-3\,; +\infty\,[$:

$(x + 3)\ln(x + 3) = 7 \iff \ln(x + 3) = \dfrac{7}{x + 3}$, avec $x \neq -\dfrac{1}{3}$

$$\iff x+3 = e^{\left(\frac{7}{x+3}\right)} \quad \text{cad} \quad \boldsymbol{x = -3 + e^{\left(\frac{7}{x+3}\right)}}.$$

Ainsi, l'équation **(2)** admet une solution: $\boldsymbol{x = -3 + e^{\left(\frac{7}{x+3}\right)}}$.

3. Résolvons l'équation (3):

- Nous devons avoir: $\begin{cases} x+3>0 \\ \text{et} \\ -x+6>0 \end{cases}$ cad $\begin{cases} \boldsymbol{x>-3} \\ \text{et} \\ \boldsymbol{x<6} \end{cases}$.

- Nous pouvons donc résoudre l'équation **(3)** pour tout $\boldsymbol{x \in]-3\,;6[}$:

$$\ln(x+3) = \ln(-x+6) \iff \ln(x+3) - \ln(-x+6) = 0$$

$$\iff \ln\left(\frac{x+3}{-x+6}\right) = 0$$

$$\iff \frac{x+3}{-x+6} = e^0$$

$$\iff x+3 = -x+6$$

$$\iff 2x = 3 \quad \text{cad} \quad \boldsymbol{x = 1,5}.$$

Ainsi, l'équation **(3)** admet une solution: $\boldsymbol{x = 1,5}$.