Spé Maths
Terminale

« ln » : Études de fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FONCTION AVEC LN 4

CORRECTION

1. **La bonne réponse est : a.**

En effet, sur $]0;3]$, la courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses quand : $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \iff x^2(1 - \ln x) = 0$$

$$\iff 1 - \ln x = 0, \text{ car : } x \neq 0 \text{ du fait que } x \in]0;3]$$

$$\iff \ln x = 1$$

$$\iff x = e.$$

Ainsi, la courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses quand : $x = e$ et $e \in]0;3]$.

2. **La bonne réponse est : b.**

En effet, $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion quand : $f''(x) = 0$.

$$f''(x) = 0 \iff -1 - 2\ln x = 0$$

$$\iff \ln x = -\frac{1}{2}$$

$$\iff x = e^{-\frac{1}{2}} \text{ cad : } x = \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

Ainsi, la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion quand : $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

3. **La bonne réponse est : a.**

En effet, ici : $f(x) = x^2(1 - \ln x)$. $(u \times v)$

Pour tout $x \in]0;3]$: $f'(x) = (2x) \times (1 - \ln x) + (x^2) \times \left(-\frac{1}{x}\right)$ $(u' \times v + u \times v')$

$= 2x - 2x\ln x - x$

$= x(1 - 2\ln x)$.

Ainsi, sur $]0;3]$: $f'(x) = x(1 - 2\ln x)$.

4. La bonne réponse est: c.

Sur $[1;3]$ la fonction f' est décroissante ssi: pour tout $x \in [1;3]$, $f''(x) \leqslant 0$.

Or: $f''(x) = -1 - 2\ln x \iff f''(x) = -(1 + 2\ln x) \leqslant 0$.

Ainsi, nous pouvons affirmer que sur $[1;3]$: la fonction f' est décroissante.

5. La bonne réponse est: c.

En effet, l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $x = e$ s'écrit:

$y = f'(e)(x - e) + f(e)$

$= -e(x - e) + 0$, car: $f'(e) = -e$ et $f(e) = 0$

$= -ex + e^2$.

Ainsi, l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $x = e$ est: $y = -ex + e^2$.