www.freemaths.fr

Spé Maths
Terminale

« ln » : Études de fonctions

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

Partie A

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 pneus pour tracteurs.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 9] par $f(x)=0{,}5x^2-7x+14+6\ln(x)$.

On admet que la fonction f modélise le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu, exprimé en centaines d'euros, pour x centaines de pneus produits.

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle [1 ; 9] et on note f' sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle [1 ; 9] on a : $f'(x)=\dfrac{x^2-7x+6}{x}$.

2.

a. Justifier les variations suivantes de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 9] :

x	1		6		9
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

b. Justifier que, sur l'intervalle [1 ; 9], l'équation $f(x)=5$ admet une unique solution α.

c. Donner un encadrement au centième près de α.

d. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
X ← 1
Y← 7,5
Tantque Y > 5
        X ← X+0,01
        Y ← 0,5X² – 7X + 14 + 6*ln(X)
Fin Tantque
```

À la fin de l'exécution de l'algorithme, quelle valeur numérique contient la variable X ?

3. Pour quelle quantité de pneus, le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu est-il minimal ? À combien s'élève-t-il ?

Partie B

Cette même entreprise envisage la fabrication de semoirs (gros matériel agricole).

On admet que la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 100] par $g(x) = 2x - 1 + \mathrm{e}^{0,05\,x}$ modélise le coût de fabrication, exprimé en centaines d'euros, de x semoirs.

1. Donner une primitive G de la fonction g sur l'intervalle [0 ; 100].
2. Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle [0 ; 100].
3. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.