

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

« **ln** » : Études de fonctions



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

Partie A

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 pneus pour tracteurs.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 9]$ par $f(x) = 0,5x^2 - 7x + 14 + 6 \ln(x)$.

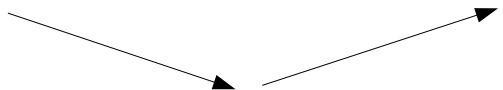
On admet que la fonction f modélise le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu, exprimé en centaines d'euros, pour x centaines de pneus produits.

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 9]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 9]$ on a : $f'(x) = \frac{x^2 - 7x + 6}{x}$.

2.

- a. Justifier les variations suivantes de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 9]$:

x	1	6	9
Variations de f			

- b. Justifier que, sur l'intervalle $[1 ; 9]$, l'équation $f(x) = 5$ admet une unique solution α .
- c. Donner un encadrement au centième près de α .
- d. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
X ← 1
Y ← 7,5
Tantque Y > 5
    X ← X + 0,01
    Y ← 0,5X2 - 7X + 14 + 6*ln(X)
Fin Tantque
```

À la fin de l'exécution de l'algorithme, quelle valeur numérique contient la variable X ?

3. Pour quelle quantité de pneus, le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu est-il minimal ?
À combien s'élève-t-il ?

Partie B

Cette même entreprise envisage la fabrication de semoirs (gros matériel agricole).

On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par $g(x) = 2x - 1 + e^{0,05x}$ modélise le coût de fabrication, exprimé en centaines d'euros, de x semoirs.

1. Donner une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 100]$.
2. Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 100]$.
3. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.