Spé Maths
Terminale

Limites avec « exponentielle »

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LIMITES 14

CORRECTION

1. Déterminons la limite de f en $-\infty$:

Ici: $f(x) = 2e^{3x} - e^{2x} + 4e^{x} - 2$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Or:
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{3x} = \lim\limits_{X \to -\infty} e^{X} = 0$, d'après le cours $(X = 3x)$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = \lim\limits_{X \to -\infty} e^{X} = 0$, d'après le cours $(X = 2x)$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = (2 \times 0) - 0 + (4 \times 0) - 2 = -2$.

2. Montrons que, pour tout réel x, on a $f(x) = (2e^{x} - 1)(e^{2x} + 2)$:

Pour tout réel x: $(2e^{x} - 1)(e^{2x} + 2) = 2e^{x}e^{2x} + 4e^{x} - e^{2x} - 2$

$= 2e^{3x} + 4e^{x} - e^{2x} - 2$

$= f(x)$.

Ainsi, pour tout réel x, nous avons bien: $f(x) = (2e^{x} - 1)(e^{2x} + 2)$.

3. Déduisons-en la limite de f en $+\infty$:

Ici: $f(x) = (2e^x - 1)(e^{2x} + 2)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$, d'après le cours

• $\lim\limits_{X \to +\infty} e^X = +\infty$, d'après le cours $(X = 2x)$

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = (2 \times (+\infty) - 1) \times ((+\infty) + 2)$

$= (+\infty) \times (+\infty)$

$= +\infty$.