

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Dérivées avec « **exponentielle** »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SENS DE VARIATIONS DE LA FONCTION f

2

CORRECTION

1. $f(x) = (x + 7)(e^x - 1) + x$: $(U \times V + W)$

a. Calculons $f'(x)$:

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} .

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = [(1) \times (e^x - 1) + (x + 7) \times (e^x)] + [1]$

$$= ([U' \times V + U \times V'] + [W'])$$

$$= (x + 8)e^x.$$

D'où, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (x + 8)e^x$.

b. Étudions le signe de $f'(x)$ sur \mathbb{R} :

Le signe de $f'(x)$ dépend uniquement du signe de " $x + 8$ ", car pour tout réel x : $e^x > 0$.

Distinguons deux cas:

- $f'(x) \geq 0$ ssi $x + 8 \geq 0$ cad ssi $x \geq -8$ cad $x \in [-8; +\infty[$,
- $f'(x) \leq 0$ ssi $x + 8 \leq 0$ cad ssi $x \leq -8$ cad $x \in]-\infty; -8]$.

- Ainsi :
- f est croissante sur $[-8; +\infty[$,
 - f est décroissante sur $] -\infty; -8]$.

c. Dressons le tableau de variations de f sur \mathbb{R} :

Nous avons donc le tableau de variations suivant:

x	$-\infty$	-8	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

$$, A = f(-8) = (1 - e^{-8}) - 8.$$

2. $f(x) = 7x e^{-x} - 2 e^{-x}$: $(U \times V + W)$

a. Calculons $f'(x)$:

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} .

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = [(7) \times (e^{-x}) + (7x) \times (-e^{-x})] + [2 e^{-x}]$

$$([U' \times V + U \times V'] + [W'])$$

$$= (-7x + 9) e^{-x}.$$

D'où, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (-7x + 9) e^{-x}$.

b. Étudions le signe de $f'(x)$ sur \mathbb{R} :

Le signe de $f'(x)$ dépend uniquement du signe de " $-7x + 9$ ", car pour tout réel x : $e^{-x} > 0$.

Distinguons deux cas:

- $f'(x) \geq 0$ ssi $-7x + 9 \geq 0$ cad ssi $x \leq \frac{9}{7}$ **cad** $x \in]-\infty; \frac{9}{7}]$,
- $f'(x) \leq 0$ ssi $-7x + 9 \leq 0$ cad ssi $x \geq \frac{9}{7}$ **cad** $x \in [\frac{9}{7}; +\infty[$.

- Ainsi:
- f est croissante sur $] -\infty; \frac{9}{7}]$,
 - f est décroissante sur $[\frac{9}{7}; +\infty[$.

c. Dressons le tableau de variations de f sur \mathbb{R} :

Nous avons donc le tableau de variations suivant:

x	$-\infty$	$\frac{9}{7}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

$$, A = f\left(\frac{9}{7}\right) = 7e^{-\frac{9}{7}}.$$

3. $f(x) = x e^{2x} + 5 e^{2x}$: ($U \times V + W$)

a. Calculons $f'(x)$:

f est définie et dérivable sur \mathbb{R} .

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = [(1) \times (e^{2x}) + (x) \times (2 e^{2x})] + [10 e^{2x}]$

$$([U' \times V + U \times V'] + [W'])$$

$$= (2x + 11) e^{2x}.$$

D'où, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (2x + 11)e^{2x}$.

b. Étudions le signe de $f'(x)$ sur \mathbb{R} :

Le signe de $f'(x)$ dépend uniquement du signe de " $2x + 11$ ", car pour tout réel x : $e^{2x} > 0$.

Distinguons deux cas:

- $f'(x) \geq 0$ ssi $2x + 11 \geq 0$ cad ssi $x \geq -\frac{11}{2}$ cad $x \in [-\frac{11}{2}; +\infty[$,
- $f'(x) \leq 0$ ssi $2x + 11 \leq 0$ cad ssi $x \leq -\frac{11}{2}$ cad $x \in]-\infty; -\frac{11}{2}]$.

Ainsi: • f est croissante sur $[-\frac{11}{2}; +\infty[$,

• f est décroissante sur $] -\infty; -\frac{11}{2}]$.

c. Dressons le tableau de variations de f sur \mathbb{R} :

Nous avons donc le tableau de variations suivant:

x	$-\infty$	$-\frac{11}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

$$, A = f\left(-\frac{11}{2}\right) = -\frac{1}{2}e^{11}.$$