

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

« exp » : Études de fonctions



# ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

# FONCTION

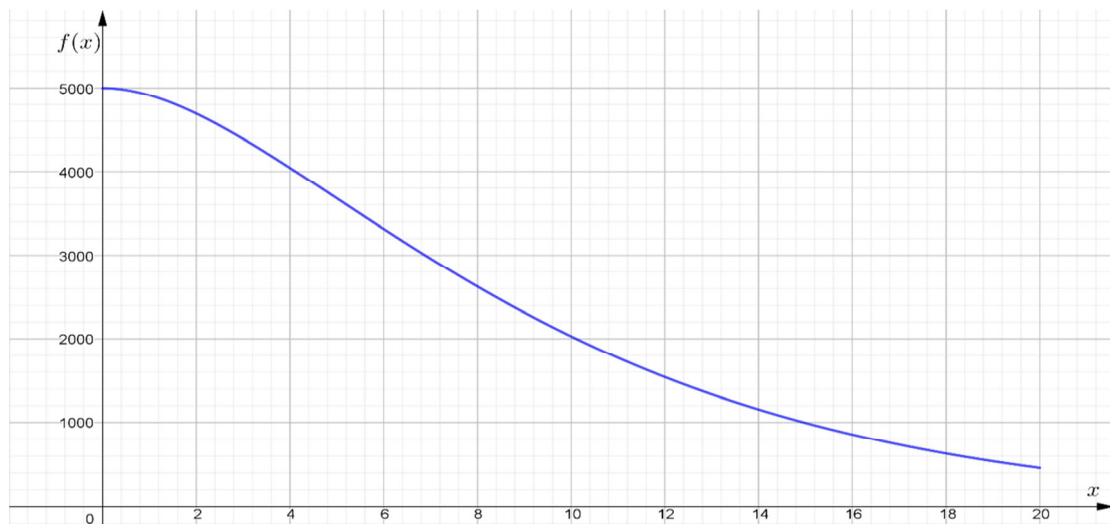
On considère la fonction dérivable  $f$  définie sur  $I = [0 ; 20]$  par :

$$f(x) = 1000(x + 5)e^{-0,2x}$$

## Partie A – Étude graphique

On a représenté sur le graphique ci-dessous, la courbe représentative de la fonction  $f$ .

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



1. Résoudre graphiquement et de façon approchée l'équation  $f(x) = 3000$ .
2. Donner graphiquement une valeur approchée de l'intégrale de  $f$  entre 2 et 8 à une unité d'aire près. Justifier la démarche.

## Partie B – Étude théorique

1. On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$  sur  $[0 ; 20]$ .  
Démontrer que pour tout  $x$  de  $[0 ; 20]$ ,  $f'(x) = -200xe^{-0,2x}$ .
2. En déduire le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau des variations sur l'intervalle  $[0 ; 20]$ . Si nécessaire, arrondir à l'unité les valeurs présentes dans le tableau.
3. Démontrer que l'équation  $f(x) = 3000$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $[0 ; 20]$ , puis donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près à l'aide de la calculatrice.

4. On admet que la fonction  $F$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 20]$  par l'expression

$$F(x) = -5000(x + 10)e^{-0,2x}$$
 est une primitive de la fonction  $f$  sur  $[0 ; 20]$ .

Calculer  $\int_2^8 f(x) dx$ . On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à l'unité.

### Partie C – Application économique

La fonction de demande d'un produit est modélisée sur l'intervalle  $[0 ; 20]$  par la fonction  $f$  étudiée dans les parties A et B.

Le nombre  $f(x)$  représente la quantité d'objets demandés lorsque le prix unitaire est égal à  $x$  euros.

Utiliser les résultats de la partie B afin de répondre aux questions suivantes :

1. En-dessous de quel prix unitaire, arrondi au centime, la demande est-elle supérieure à 3000 objets ?
2. Déterminer la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[2 ; 8]$ . Interpréter ce résultat.