

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

« exp » : Études de fonctions



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

L'entreprise *BBE (Bio Bois Énergie)* fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et des poêles chez des particuliers ou dans des collectivités.

L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

- Les coûts de fabrication quotidiens sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$C(x) = 0,3x^2 - x + e^{-x+5}$$

où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $C(x)$ le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.

- Dans l'entreprise *BBE* le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros. La recette quotidienne de l'entreprise est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$R(x) = 3x$$

où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $R(x)$ la recette quotidienne correspondante en centaines d'euros.

- On définit par $D(x)$ le résultat net quotidien de l'entreprise en centaines d'euros, c'est-à-dire la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$, où x désigne la quantité de granulés en tonnes.

Partie A : Étude graphique

Sur le graphique situé en annexe, on donne \mathcal{C} et Δ les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans un repère d'origine O .

Dans cette partie A, répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique, et avec la précision permise par celui-ci. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer la quantité de granulés en tonnes pour laquelle le coût quotidien de l'entreprise est minimal.
2. (a) Déterminer les valeurs de $C(6)$ et $R(6)$ puis en déduire une estimation du résultat net quotidien en euros dégagé par l'entreprise pour 6 tonnes de granulés fabriqués et vendus.

- (b) Déterminer les quantités possibles de granulés en tonnes que l'entreprise doit produire et vendre quotidiennement pour dégager un résultat net positif, c'est-à-dire un bénéfice.

Partie B : Étude d'une fonction

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$g(x) = -0,6x + 4 + e^{-x+5}.$$

On admet que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ et on note g' sa fonction dérivée.

- (a) Calculer $g'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$.

(b) En déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
- (a) Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; 15]$, en précisant les valeurs de $g(1)$ et de $g(15)$ arrondies à l'unité.

(b) Le tableau de variation permet d'affirmer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
Donner une valeur approchée de α à 0,1 près.

(c) Déduire des questions précédentes le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 15]$.

Partie C : Application économique

- Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a :

$$D(x) = -0,3x^2 + 4x - e^{-x+5}.$$

- On admet que la fonction D est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ et on note D' sa fonction dérivée. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a $D'(x) = g(x)$, où g la fonction étudiée dans la partie B.
- En déduire les variations de la fonction D sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
- (a) Pour quelle quantité de granulés l'entreprise va-t-elle rendre son bénéfice maximal ?
On donnera une valeur approchée du résultat à 0,1 tonne près.

(b) Calculer alors le bénéfice maximal à l'euro près.

ANNEXE

