

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

« exp » : Études de fonctions



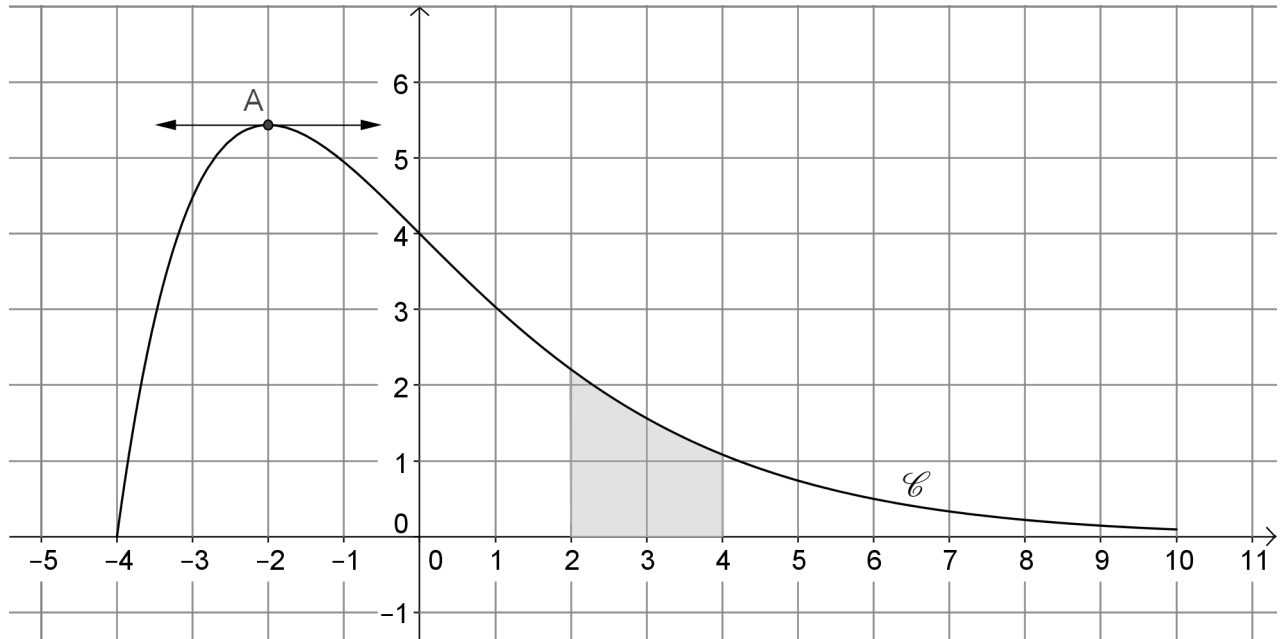
ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

La courbe \mathcal{C} ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère ortho-normé d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4; 10]$. On note f' la fonction dérivée de f , et f'' sa dérivée seconde.

La tangente à la courbe \mathcal{C} au point A d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses.

Le domaine S grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 2$ et la droite d'équation $x = 4$.



Partie A

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de $f'(-2)$.
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de $f'(4)$?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine S grisé sur la figure.

Partie B

La fonction f précédente est définie sur l'intervalle $[-4; 10]$ par $f(x) = (x + 4)e^{-0,5x}$.

1.
 - a. Montrer que $f'(x) = (-0,5x - 1)e^{-0,5x}$.
 - b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 10]$.
 - c. Montrer que sur l'intervalle $[1; 6]$ l'équation $f(x) = 1,5$ admet une unique solution.
On notera α cette unique solution.
 - d. Donner une valeur approchée à 10^{-2} de α .
2. On admet que la dérivée seconde de f est définie par $f''(x) = 0,25xe^{-0,5x}$.
 - a. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 10]$.

- b.** En déduire que la courbe \mathcal{C} admet un unique point d'inflexion I dont on calculera les coordonnées.
- 3. a.** On considère la fonction F définie par $F(x) = (-2x - 12)e^{-0,5x}$. Comment peut-on montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $[-4; 10]$? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*
- b.** Calculer

$$S = \int_2^4 f(x) dx.$$

On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.