

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

« exp » : Études de fonctions



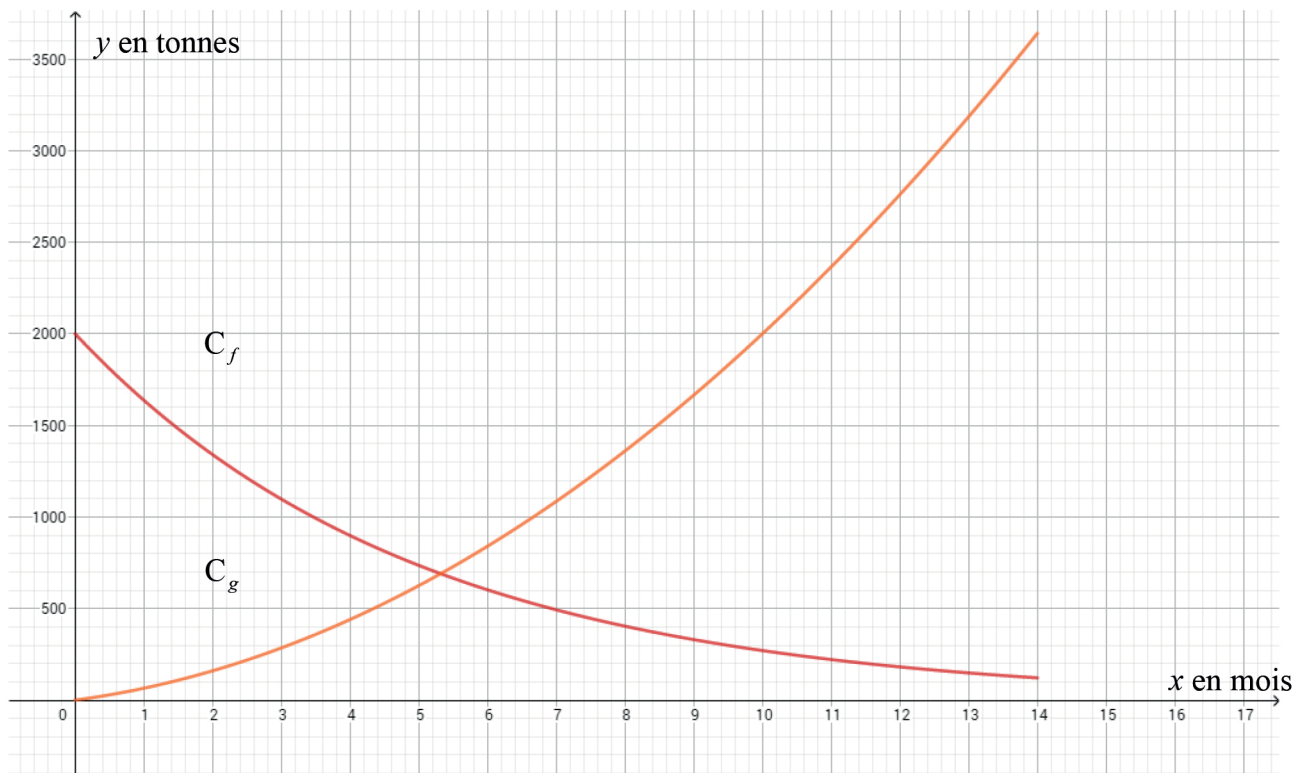
# ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

# FONCTION

Une usine qui fabrique un produit A, décide de fabriquer un nouveau produit B afin d'augmenter son chiffre d'affaires. La quantité, exprimée en tonnes, fabriquée par jour par l'usine est modélisée par :

- la fonction  $f$  définie sur  $[0; 14]$  par  $f(x) = 2\,000 e^{-0,2x}$  pour le produit A ;
  - la fonction  $g$  définie sur  $[0; 14]$  par  $g(x) = 15x^2 + 50x$  pour le produit B,
- où  $x$  est la durée écoulée depuis le lancement du nouveau produit B exprimée en mois.

Leurs courbes représentatives respectives  $C_f$  et  $C_g$  sont données ci-dessous.



## Partie A

Par lecture graphique, sans justification et avec la précision permise par le graphique :

1. Déterminer la durée nécessaire pour que la quantité de produit B dépasse celle du produit A.
2. L'usine ne peut pas fabriquer une quantité journalière de produit B supérieure à 3 000 tonnes.  
Au bout de combien de mois cette quantité journalière sera atteinte ?

### Partie B


Pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 14]$  on pose  $h(x) = f(x) + g(x)$ .

On admet que la fonction  $h$  ainsi définie est dérivable sur  $[0; 14]$ .

1. **a.** Que modélise cette fonction dans le contexte de l'exercice ?
- b.** Montrer que, pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 14]$  :

$$h'(x) = -400e^{-0,2x} + 30x + 50$$

2. On admet que le tableau de variation de la fonction  $h'$  sur l'intervalle  $[0; 14]$  est :

$x$	0		14
variation de $h'$	-350		$h'(14) \approx 446$

- a.** Justifier que l'équation  $h'(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[0; 14]$  et donner un encadrement d'amplitude 0,1 de  $\alpha$ .
  - b.** En déduire les variations de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $[0; 14]$ .
3. Voici un algorithme :

```

Y ← -400 exp(-0,2 X) + 30 X + 50
Tant que Y ≤ 0
  X ← X + 0,1
  Y ← -400 exp(-0,2 X) + 30 X + 50
Fin Tant que
    
```

- a.** Si la variable  $X$  contient la valeur 3 avant l'exécution de cet algorithme, que contient la variable  $X$  après l'exécution de cet algorithme ?
  - b.** En supposant toujours que la variable  $X$  contient la valeur 3 avant l'exécution de cet algorithme, modifier l'algorithme de façon à ce que  $X$  contienne une valeur approchée à 0,001 près de  $\alpha$  après l'exécution de l'algorithme.
4. **a.** Vérifier qu'une primitive  $H$  de la fonction  $h$  sur  $[0; 14]$  est :
 
$$H(x) = -10\,000e^{-0,2x} + 5x^3 + 25x^2$$
  - b.** Calculer une valeur approchée à l'unité près de  $\frac{1}{12} \int_0^{12} h(x) dx$ .
  - c.** Donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.