

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Exponentielle $\exp(x)$:
Équations & Inéquations



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Résolvons dans \mathbb{R} les inéquations suivantes:

1. $x^2 e^{-2x+5} \geq 0$:

$$x^2 e^{-2x+5} \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 0 \quad (\text{car pour tout } x \in \mathbb{R}: e^{-2x+5} > 0) \quad \text{cad } x \in \mathbb{R}.$$

L'ensemble solution des valeurs " x " telles que $x^2 e^{-2x+5} \geq 0$ est donc:

$$S = \mathbb{R}.$$

2. $\frac{6x^2 - 24}{e^{3x-1}} < 0$:

$$\frac{6x^2 - 24}{e^{3x-1}} < 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 24 < 0 \quad (\text{car pour tout } x \in \mathbb{R}: e^{3x-1} > 0)$$

$$\Leftrightarrow x^2 < 4$$

$$\text{cad } x \in]-2; 2[.$$

L'ensemble solution des valeurs " x " telles que $\frac{6x^2 - 24}{e^{3x-1}} < 0$ est donc:

$$S =]-2; 2[.$$

$$3. e^{-x^2+3} \geq \frac{1}{e^{x+3}}:$$

$$e^{-x^2+3} \geq \frac{1}{e^{x+3}} \Leftrightarrow e^{-x^2+3} \geq e^{-x-3} \Leftrightarrow -x^2+3 \geq -x-3 \Leftrightarrow -x^2+x+6 \geq 0.$$

Soit l'équation: $-x^2+x+6=0$. ($ax^2+bx+c=0$)

- $\Delta = b^2 - 4ac = 25 = (5)^2 > 0$.
- Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 5}{-2} = 3,$$

$$\bullet x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 5}{-2} = -2$$

L'ensemble solution des valeurs " x " telles que $e^{-x^2+3} \geq \frac{1}{e^{x+3}}$ est donc:

$$S = [-2; 3].$$