

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Exponentielle $\exp(x)$:
Équations & Inéquations



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Résolvons dans \mathbb{R} les équations suivantes:

1. $e^{-x^2+3} = \frac{1}{e^{x+3}}$:

$$e^{-x^2+3} = \frac{1}{e^{x+3}} \Leftrightarrow e^{-x^2+3} = e^{-x-3} \Leftrightarrow -x^2 + 3 = -x - 3 \Leftrightarrow -x^2 + x + 6 = 0.$$

Soit l'équation: $-x^2 + x + 6 = 0$. ($ax^2 + bx + c = 0$)

- $\Delta = b^2 - 4ac = 25 = (5)^2 > 0$.
- Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 5}{-2} = 3,$$

$$\bullet x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 5}{-2} = -2.$$

L'équation $e^{-x^2+3} = \frac{1}{e^{x+3}}$ admet donc deux solutions distinctes: $x = -2$ et $x = 3$.

2. $e^{x^2+x} = 1$:

$$e^{x^2+x} = 1 \Leftrightarrow e^{x^2+x} = e^0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \text{ cad } x=0 \text{ ou } x=-1.$$

L'équation $e^{x^2+x} = 1$ admet donc comme solutions: $x=0$ et $x=-1$.

$$3. e^{-x^2} = \frac{1}{e^3}:$$

$$e^{-x^2} = \frac{1}{e^3} \Leftrightarrow e^{-x^2} \times e^3 = 1 \Leftrightarrow e^{-x^2+3} = e^0 \Leftrightarrow -x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3$$

$$\text{cad } x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}.$$

L'équation $e^{-x^2} = \frac{1}{e^3}$ admet donc comme solutions: $x = -\sqrt{3}$ et $x = \sqrt{3}$.