

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Calculons la limite de f en $a = 0$:

Ici: $f(x) = \frac{2\sqrt{x^2}}{x} + 3x + 5$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Distinguons deux cas:

1^{er} cas: quand x tend vers 0^-

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2\sqrt{x^2}}{x} + 3x + 5 \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2|x|}{x} + 3x + 5 \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{2x}{x} + 3x + 5 \quad (|x| = -x \text{ car } x < 0) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} -2 + 3x + 5 \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} 3x + 3 \\
 &= 3.
 \end{aligned}$$

2^e cas: quand x tend vers 0^+

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x^2}}{x} + 3x + 5 \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2|x|}{x} + 3x + 5 \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x} + 3x + 5 \quad (|x| = x \text{ car } x > 0) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} 2 + 3x + 5 \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 \\
 &= 7.
 \end{aligned}$$

En conclusion:

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 7.$