

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LIMITES EN $+\infty$ ET $-\infty$

13

CORRECTION

1. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{x^5 + 2x^2 - 5}{x^3 + x + 7}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 2x^2 - 5}{x^3 + x + 7}.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 + 2x^2 - 5 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 \left(1 + \frac{2}{x^3} - \frac{5}{x^5} \right)$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 + x + 7 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right).$

Et: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^3} = 0^+$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5}{x^5} = 0^-$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0^+$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x^3} = 0^+.$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 (1 + 0^+ + 0^-)}{x^3 (1 + 0^+ + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2$$

$$= +\infty.$$

2. Étudions la limite en $-\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{x^5 + 2x^2 - 5}{x^3 + x + 7}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 2x^2 - 5}{x^3 + x + 7}.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 + 2x^2 - 5 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left(1 + \frac{2}{x^3} - \frac{5}{x^5} \right)$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x + 7 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right).$

Et: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^3} = 0^-$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5}{x^5} = 0^+$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0^+$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{x^3} = 0^-.$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 (1 + 0^- + 0^+)}{x^3 (1 + 0^+ + 0^-)}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$$

$$= +\infty.$$