

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

Limites avec « **ln** »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. a. Étudions la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $-\infty$ :

Ici:  $f(x) = \ln(e^x + 3)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$ .

- $f(x) = \ln(e^x + 3) \Leftrightarrow f(x) = \ln\left[e^x \left(1 + \frac{3}{e^x}\right)\right]$   
 $\Leftrightarrow f(x) = x + \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right)$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{e^x} = 0$ , d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{3}{e^x} = 1$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = (\lim_{x \rightarrow -\infty} x) + \ln(1)$ .

1. b. Étudions la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ :

Ici:  $f(x) = \ln(e^x + 3)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$ .

- $f(x) = \ln(e^x + 3) \Leftrightarrow f(x) = x + \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right)$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{e^x} = 0$ , d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{3}{e^x} = 1$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = (\lim_{x \rightarrow +\infty} x) + \ln(1)$ .

2. a. Étudions la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $0^+$ :

Ici:  $f(x) = x \ln(5x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

- $\mathcal{D}f = ]0; +\infty[$ .

- $f(x) = x \ln(5x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{X}{5} \ln(X)$ , avec:  $X = 5x$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(5x) = \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{1}{5} (X \ln(X))$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} X \ln(X) = 0$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{5} \times 0 = 0$ .

## 2. b. Étudions la limite de $f$ quand $x$ tend vers $+\infty$ :

Ici:  $f(x) = x \ln(5x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

- $\mathcal{D}f = ]0; +\infty[$ .

- $f(x) = x \ln(5x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{X}{5} \ln(X)$ , avec:  $X = 5x$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(5x) = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{1}{5} (X \ln(X))$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} X \ln(X) = +\infty$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{5} x (+\infty) = +\infty$ .