

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites avec « **ln** »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. a. Étudions la limite de f quand x tend vers 0^+ :

Ici: $f(x) = \ln(-x^2 + 4x)$ pour tout $x \in]0; 4[$.

- $\mathcal{D}f =]0; 4[$.

- $f(x) = \ln(-x^2 + 4x) \Leftrightarrow f(x) = \ln[x(-x + 4)]$

$$\Leftrightarrow f(x) = \ln(x) + \ln(-x + 4).$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$, d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(-x + 4) = \ln(4)$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.

1. b. Étudions la limite de f quand x tend vers 4^- :

Ici: $f(x) = \ln(-x^2 + 4x)$ pour tout $x \in]0; 4[$.

- $\mathcal{D}f =]0; 4[$.

$$\bullet f(x) = \ln(-x^2 + 4x) \Leftrightarrow f(x) = \ln(x) + \ln(-x + 4).$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow 4^-} \ln(x) = \ln(4)$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 4^-} \ln(-x + 4) = \lim_{X \rightarrow 0^+} \ln(X), \text{ avec: } X = -x + 4$$

$$= -\infty.$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -\infty.$

2. a. Étudions la limite de f quand x tend vers $-\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(1 + e^{-2x})$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

$$\bullet \mathcal{D}f = \mathbb{R}.$$

$$\bullet f(x) = \ln(1 + e^{-2x}) \Leftrightarrow f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right).$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{2x}} = 0$, d'après le cours

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{1}{e^{2x}} = 1.$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1) = 0.$

2. b. Étudions la limite de f quand x tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(1 + e^{-2x})$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

$$\bullet \mathcal{D}f = \mathbb{R}.$$

$$\bullet f(x) = \ln(1 + e^{-2x}) \Leftrightarrow f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right).$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{2x}} = 0$, d'après le cours

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{e^{2x}} = 1.$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1) = 0.$