

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

Limites avec « **ln** »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. a. Étudions la limite de  $f$ , en  $a = 0^+$ :

Ici:  $f, (x) = x + 2 - x \ln (x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty [$ .

- $\mathcal{D}f, = ]0; +\infty [$ .

- $f, (x) = (x + 2) - (x \ln (x))$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x + 2) = 2$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln (x) = 0$ , d'après le cours.

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f, (x) = 2 - 0 = 2$ .

1. b. Étudions la limite de  $f$ , en  $a = +\infty$ :

Ici:  $f, (x) = x + 2 - x \ln (x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty [$ .

- $\mathcal{D}f, = ]0; +\infty [$ .

$$\bullet f_1(x) = x + 2 - x \ln(x) \iff f_1(x) = x x \left( 1 + \frac{2}{x} - \ln(x) \right).$$

Or:  $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty, \text{ d'après le cours.}$$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = +\infty \times (1 + 0 - (+\infty))$

$$= +\infty \times (-\infty)$$

$$= -\infty.$$

2. a. Étudions la limite de  $f_2$  en  $a = 0^+$ :

Ici:  $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

$$\bullet \mathcal{D}f_2 = ]0; +\infty[.$$

$$\bullet f_2(x) = x(\ln(x) + k) \iff f_2(x) = x \ln(x) + k x x.$$

Or:  $\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} k x x = 0$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0, \text{ d'après le cours.}$$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_2(x) = 0 + 0 = 0.$

## 2. b. Étudions la limite de $f_2$ en $a = +\infty$ :

Ici:  $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

- $\mathcal{D}f_2 = ]0; +\infty[$ .

- $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$ , d'après le cours.

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = +\infty \times +\infty = +\infty$ .

## 3. Étudions la limite de $f_3$ en $a = 0^+$ :

Ici:  $f_3(x) = \frac{3x \ln(x)}{1 + c e^{bx}}$ , pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

- $\mathcal{D}f_3 = ]0; +\infty[$ .

- $f_3(x) = \frac{3x \ln(x)}{1 + c e^{bx}} \Leftrightarrow f_3(x) = \left( \frac{3}{1 + c e^{bx}} \right) x \ln(x)$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{1 + c e^{bx}} = \frac{3}{1 + c}$ , avec: •  $e^{bx} = e^0 = 1$

- $c \neq -1$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$ , d'après le cours.

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_3(x) = \frac{3}{1+c} \times 0 = 0.$