

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

Limites avec « **ln** »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. a. Étudions la limite de  $f_3$  en  $a = 0^+$ :

Ici:  $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3}$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

- $\mathcal{D}f_3 = ]0; +\infty[$ .

- $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3} \Leftrightarrow f_3(x) = \frac{\ln(x)}{2x + 3} + \frac{1}{2x + 3}$ .

Or: •  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x + 3} = \frac{1}{3}$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3} \ln(x)$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_3(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3} \ln(x) + \frac{1}{3} = -\infty$ .

1. b. Étudions la limite de  $f_3$  en  $a = +\infty$ :

Ici:  $f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3}$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

•  $\mathcal{D}f_3 = ]0; +\infty[$ .

$$\bullet f_3(x) = \frac{\ln(x) + 1}{2x + 3} \iff f_3(x) = \left( \frac{\ln(x)}{x} \times \frac{x}{2x + 3} \right) + \frac{1}{2x + 3}.$$

Or:  $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x + 3} = 0$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ , d'après le cours

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x \left( 2 + \frac{3}{x} \right)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left( 2 + \frac{3}{x} \right)}$$

$$= \frac{1}{2}, \text{ car: } \frac{3}{x} \text{ tend vers } 0 \text{ quand } x \text{ tend vers } +\infty.$$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_3(x) = 0 \times \frac{1}{2} + 0 = 0$ .

2. Étudions la limite de  $f_4$  en  $a = 0^+$ :

Ici:  $f_4(x) = (3 - x) \ln(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

•  $\mathcal{D}f_4 = ]0; +\infty[$ .

$$\bullet f_4(x) = (3 - x) \ln(x) \Leftrightarrow f_4(x) = 3 \ln(x) - x \ln(x).$$

Or:  $\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} 3 \ln(x) = 3 \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$ , d'après le cours

$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$ , d'après le cours.

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_4(x) = -\infty - (0) = -\infty$ .