Spé Maths
Terminale

Limites avec « ln »

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LIMITES 1

CORRECTION

1. Études la limite de f_1 en $a = +\infty$:

Ici: $f_1(x) = \dfrac{\ln(x)}{x+1}$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

• $\mathcal{D}f_1 =]0;+\infty[$.

• $f_1(x) = \dfrac{\ln(x)}{x+1} \iff f_1(x) = \dfrac{\ln(x)}{x} \times \dfrac{x}{x+1}$.

Or: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$, d'après le cours.

Et: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}$

$= 1$, car: $\dfrac{1}{x}$ tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f_1(x) = 0 \times 1 = 0$.

2. Étudions la limite de f_2 en $a = 0^+$:

Ici: $f_2(x) = \dfrac{1}{x} + \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f_2 =]0; +\infty[$.

• $f_2(x) = \dfrac{1}{x} + \ln(x) \iff f_2(x) = \dfrac{1}{x}\left(1 + x\ln(x)\right)$.

Or: • $\lim\limits_{x \to 0^+} x\ln(x) = 0$, d'après le cours

• $\lim\limits_{x \to 0^+} 1 + x\ln(x) = 1$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f_2(x) = +\infty \times 1 = +\infty$.