

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Fonctions, Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# FONCTION

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur l'ensemble  $\mathbf{R}$  des nombres réels par

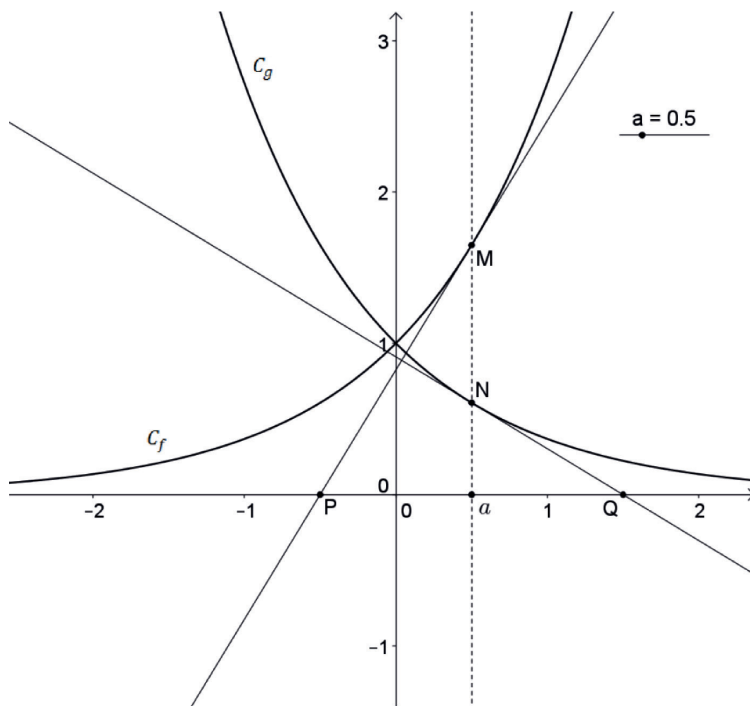
$$f(x) = e^x \text{ et } g(x) = e^{-x}.$$

On note  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  et  $C_g$  celle de la fonction  $g$  dans un repère orthonormé du plan.

Pour tout réel  $a$ , on note  $M$  le point de  $C_f$  d'abscisse  $a$  et  $N$  le point de  $C_g$  d'abscisse  $a$ .

La tangente en  $M$  à  $C_f$  coupe l'axe des abscisses en  $P$ , la tangente en  $N$  à  $C_g$  coupe l'axe des abscisses en  $Q$ .

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a représenté la situation pour différentes valeurs de  $a$  et on a relevé dans un tableur la longueur du segment  $[PQ]$  pour chacune de ces valeurs de  $a$ .



	A	B
1	Abcisse a	Longueur PQ
2	-3	2
3	-2.5	2
4	-2	2
5	-1.5	2
6	-1	2
7	-0.5	2
8	0	2
9	0.5	2
10	1	2
11	1.5	2
12	2	2
13	2.5	2
14		

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées de manière indépendante.

1. Démontrer que la tangente en  $M$  à  $C_f$  est perpendiculaire à la tangente en  $N$  à  $C_g$ .
2.
  - a. Que peut-on conjecturer pour la longueur  $PQ$  ?
  - b. Démontrer cette conjecture.