

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Fonctions, Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# FONCTION

## Partie A

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 8]$  par

$$f(x) = \frac{0,4}{20e^{-x} + 1} + 0,4.$$

1. Montrer que  $f'(x) = \frac{8e^{-x}}{(20e^{-x} + 1)^2}$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
2. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

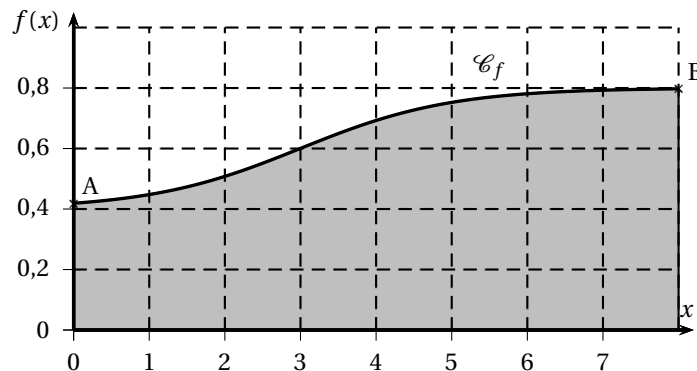
1	$f'(x) := 8 * e^{(-x)} / (20 * e^{(-x)} + 1)^2$ $\rightarrow f'(x) := \frac{8 \cdot e^{-x}}{400(e^{-x})^2 + 40e^{-x} + 1}$
2	$g(x) := \text{Dérivée } [f'(x)]$ $\rightarrow g(x) := \frac{160(e^{-x})^2 - 8e^{-x}}{8000(e^{-x})^3 + 1200(e^{-x})^2 + 60e^{-x} + 1}$
3	$\text{Factoriser } [g(x)]$ $\rightarrow 8e^{-x} \cdot \frac{20e^{-x} - 1}{(20e^{-x} + 1)^3}$

En s'appuyant sur ces résultats, déterminer l'intervalle sur lequel la fonction  $f$  est convexe.

## Partie B

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A et B situés à deux altitudes différentes. La fonction  $f$ , définie dans la partie A, modélise le profil de ce projet routier. La variable  $x$  représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et  $f(x)$  représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$  est donnée ci-dessous.



Dans cet exercice, le coefficient directeur de la tangente à  $\mathcal{C}_f$  en un point  $M$  est appelé « pente en  $M$  ».

On précise aussi qu'une pente en  $M$  de 5% correspond à un coefficient directeur de la tangente à la courbe de  $f$  en  $M$  égal à 0,05.

Il est décidé que le projet sera accepté à condition qu'en aucun point de  $\mathcal{C}_f$  la pente ne dépasse 12%.

*Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.*

### Proposition 1

L'altitude du village B est 0,6 km.

### Proposition 2

L'écart d'altitude entre les villages A et B est 378 mètres, valeur arrondie au mètre.

**Proposition 3**

La pente en A vaut environ 1,8 %.

**Proposition 4**

Le projet de route ne sera pas accepté.