

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonctions, Synthèse



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. La bonne réponse est: **a.**

En effet, sur $]0; 3]$, la courbe \mathcal{C} coupe l'axe des abscisses quand: $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 (1 - \ln x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \ln x = 0, \text{ car: } x \neq 0 \text{ du fait que } x \in]0; 3]$$

$$\Leftrightarrow \ln x = 1$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{x = e.}$$

Ainsi, la courbe \mathcal{C} coupe l'axe des abscisses quand: $x = e$ et $e \in]0; 3]$.

2. La bonne réponse est: **b.**

En effet, \mathcal{C} admet un point d'inflexion quand: $f''(x) = 0$.

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow -1 - 2 \ln x = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{x = e^{-\frac{1}{2}}} \text{ cad: } \mathbf{x = \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{e}}.}$$

Ainsi, la courbe \mathcal{C} admet un point d'inflexion quand: $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

3. La bonne réponse est: **a.**

En effet, ici: $f(x) = x^2 (1 - \ln x)$. (u x v)

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in]0; 3]: \quad f'(x) &= (2x) \times (1 - \ln x) + (x^2) \times \left(-\frac{1}{x}\right) && (u' \times v + u \times v') \\ &= 2x - 2x \ln x - x \\ &= x(1 - 2 \ln x). \end{aligned}$$

Ainsi, sur $]0; 3]$: $f'(x) = x(1 - 2 \ln x)$.

4. La bonne réponse est: **c**.

Sur $[1; 3]$ la fonction f' est décroissante ssi: pour tout $x \in [1; 3]$, $f''(x) \leq 0$.

Or: $f''(x) = -1 - 2 \ln x \Leftrightarrow f''(x) = -(1 + 2 \ln x) \leq 0$.

Ainsi, nous pouvons affirmer que sur $[1; 3]$: la fonction f' est décroissante.

5. La bonne réponse est: **c**.

En effet, l'équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse $x = e$ s'écrit:

$$\begin{aligned} y &= f'(e)(x - e) + f(e) \\ &= -e(x - e) + 0, \text{ car: } f'(e) = -e \text{ et } f(e) = 0 \\ &= -ex + e^2. \end{aligned}$$

Ainsi, l'équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse $x = e$ est: $y = -ex + e^2$.