

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Fonctions, Synthèse



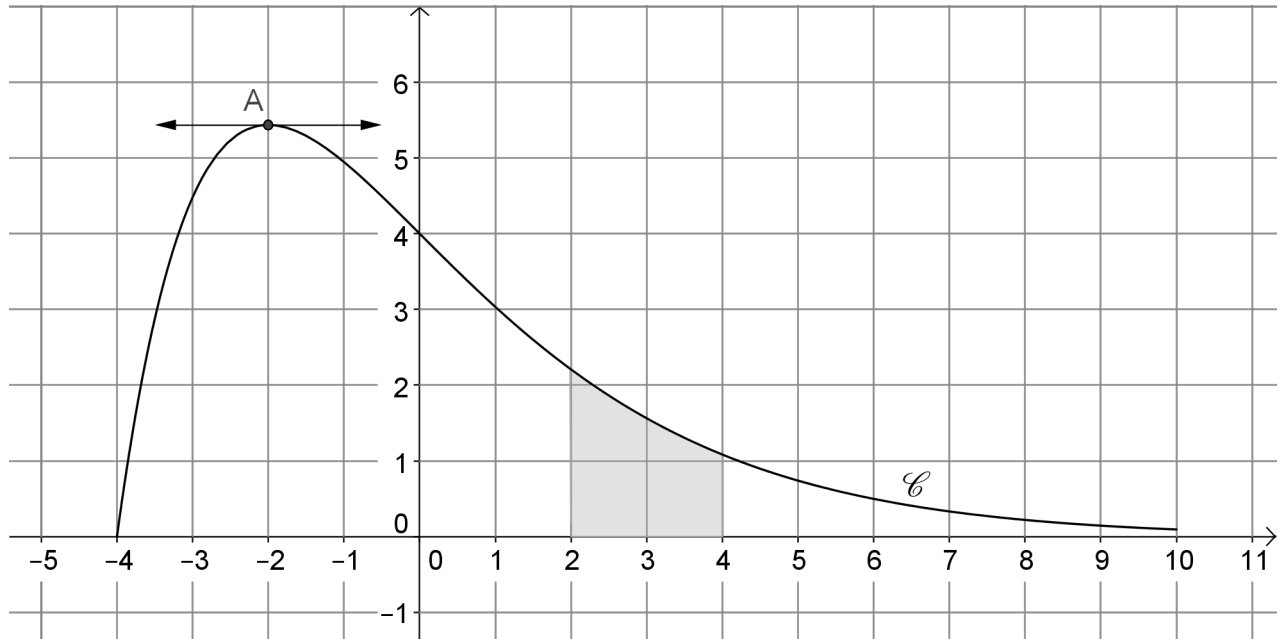
**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# FONCTION

La courbe  $\mathcal{C}$  ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère ortho-normé d'une fonction  $f$  définie et deux fois dérivable sur l'intervalle  $[-4; 10]$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ , et  $f''$  sa dérivée seconde.

La tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point A d'abscisse  $-2$  est parallèle à l'axe des abscisses.

Le domaine  $S$  grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses, la droite d'équation  $x = 2$  et la droite d'équation  $x = 4$ .



## Partie A

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de  $f'(-2)$ .
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de  $f'(4)$  ?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine  $S$  grisé sur la figure.

## Partie B

La fonction  $f$  précédente est définie sur l'intervalle  $[-4; 10]$  par  $f(x) = (x + 4)e^{-0,5x}$ .

1.
  - a. Montrer que  $f'(x) = (-0,5x - 1)e^{-0,5x}$ .
  - b. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4; 10]$ .
  - c. Montrer que sur l'intervalle  $[1; 6]$  l'équation  $f(x) = 1,5$  admet une unique solution.  
On notera  $\alpha$  cette unique solution.
  - d. Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  de  $\alpha$ .
2. On admet que la dérivée seconde de  $f$  est définie par  $f''(x) = 0,25xe^{-0,5x}$ .
  - a. Étudier la convexité de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4; 10]$ .

- b.** En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  admet un unique point d'inflexion  $I$  dont on calculera les coordonnées.
- 3. a.** On considère la fonction  $F$  définie par  $F(x) = (-2x - 12)e^{-0,5x}$ . Comment peut-on montrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $[-4; 10]$ ? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*
- b.** Calculer

$$S = \int_2^4 f(x) dx.$$

On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.