Spé Maths
Terminale

Fonctions, Synthèse

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

Dans cet exercice, si nécessaire, les valeurs numériques approchées seront données à 0,01 près.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;4]$ par :

$$f(x) = (3,6\,x + 2,4)\,\mathrm{e}^{-0,6x} - 1,4$$

Partie A

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;4]$ on a :

$$f'(x) = (-2,16\,x + 2,16)\,\mathrm{e}^{-0,6x}$$

2. **a)** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;4]$.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.
On donnera les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variation sous forme approchée.

3. On admet que la fonction F définie par :

$$F(x) = (-6x - 14)\,\mathrm{e}^{-0,6x} - 1,4x$$

est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.
Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ puis en donner une valeur numérique approchée.

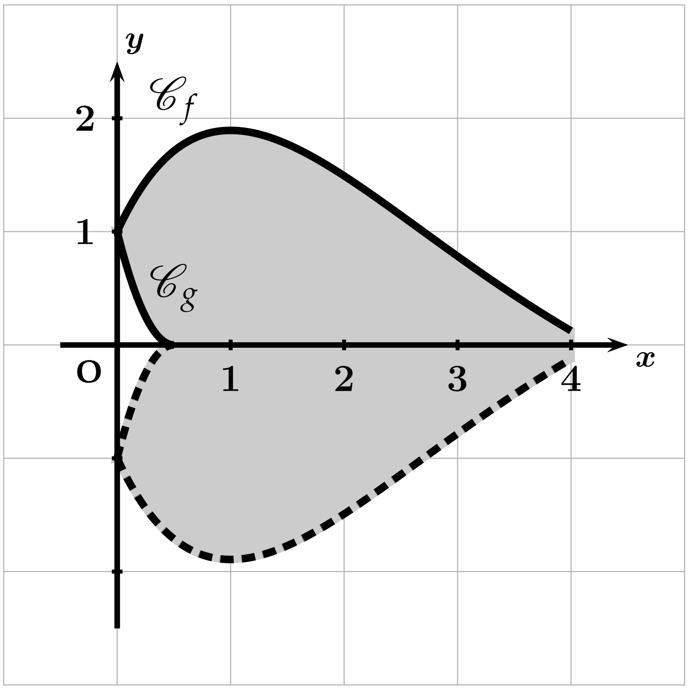
Partie B

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$. On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0\,;0,5]$.

On a tracé ci-dessous les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère d'origine O et, en pointillés, les courbes obtenues par symétrie de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ par rapport à l'axe des abscisses :



1. Montrer que $\displaystyle\int_0^{0,5} g(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{6}$.

2. On considère le domaine plan délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$, leurs courbes symétriques (en pointillés) ainsi que la droite d'équation $x = 4$.

Ce domaine apparaît grisé sur la figure ci-dessus.

Calculer une valeur approchée de l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.