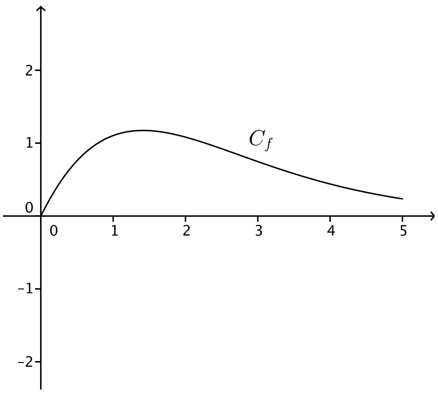
Spé Maths
Terminale

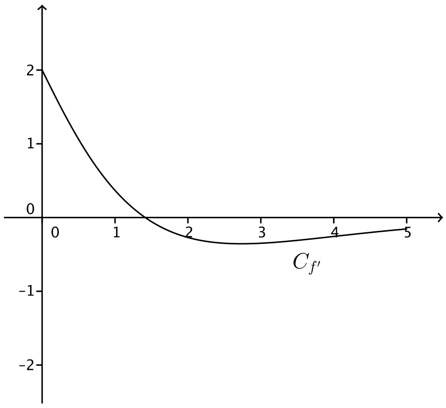
Fonctions, Synthèse

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

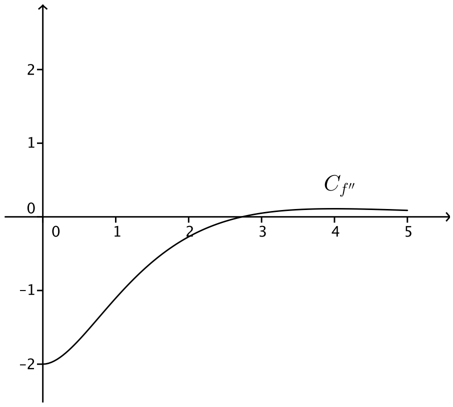
FONCTION



Courbe C_f



Courbe $C_{f'}$



Courbe $C_{f''}$

On donne ci-dessus la courbe C_f représentative dans un repère donné d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;5]$ ainsi que les courbes représentatives $C_{f'}$ et $C_{f''}$ respectivement de la dérivée f' et de la dérivée seconde f'' de la fonction f.

Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues à l'aide de lectures graphiques.

1. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs du nombre réel pour lequel la fonction f semble atteindre son maximum.

2. **a.** Donner un intervalle défini par deux entiers sur lequel la fonction f semble convexe.

b. Expliquer pourquoi on peut conjecturer que la courbe C_f admet un point d'inflexion. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de l'abscisse de ce point d'inflexion.

3. Parmi les équations suivantes quelle est l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0 ?

$y = x$ $\qquad$ $y = 2x + 1$ $\qquad$ $y = 2x$ $\qquad$ $y = \dfrac{3}{4}x$

4. On note $I = \displaystyle\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x$ où f' est la fonction dérivée de f.

Comment s'interprète graphiquement ce nombre I ?

Partie B

La fonction f représentée ci-dessus est définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par $f(x) = \left(x^2 + 2x\right)\mathrm{e}^{-x}$.

1. **a.** Montrer que la dérivée f' de f est définie par $f'(x) = \left(-x^2 + 2\right)\mathrm{e}^{-x}$ pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;5]$.

b. Déterminer les variations de f sur $[0\,;5]$ et préciser l'abscisse de son maximum.

c. Donner la valeur arrondie au millième du maximum de f.

2. Avec un outil de calcul on obtient, pour $\displaystyle\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x$ et $f(1)$, la même valeur approchée 1,103 64.

Ces deux valeurs sont-elles égales ?