

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonctions, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 25]$ par

$$f(x) = \frac{x+2-\ln(x)}{x}.$$

- a. On admet que f est dérivable sur $[1 ; 25]$.

Démontrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[1 ; 25]$,

$$f'(x) = \frac{-3+\ln(x)}{x^2}.$$

- b. Résoudre dans $[1 ; 25]$ l'inéquation $-3 + \ln(x) > 0$.
- c. Dresser le tableau des variations de la fonction f sur $[1 ; 25]$.
- d. Démontrer que dans l'intervalle $[1 ; 25]$, l'équation $f(x) = 1,5$ admet une seule solution. On notera α cette solution.
- e. Déterminer un encadrement d'amplitude 0,01 de α à l'aide de la calculatrice.
2. Une entreprise fabrique chaque jour entre 100 et 2500 pièces électroniques pour des vidéoprojecteurs. Toutes les pièces fabriquées sont identiques.

On admet que lorsque x centaines de pièces sont fabriquées, avec $1 \leq x \leq 25$, le coût moyen de fabrication d'une pièce est de $f(x)$ euros.

En utilisant les résultats obtenus à la question 1. :

- a. Déterminer, à l'unité près, le nombre de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit minimal.
- Déterminer alors ce coût moyen, au centime d'euro près.
- b. Déterminer le nombre minimal de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit inférieur ou égal à 1,50 euros.
- c. Est-il possible que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit de 50 centimes ? Justifier.