

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Fonctions, Synthèse




**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# FONCTION

## Partie A

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$ .

1. Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation :  $f(x) = x$ .
2. Justifier tous les éléments du tableau de variations ci-dessous à l'exception de la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$  que l'on admet.

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$+$	
$f$	$-\infty$			$+\infty$

3. Montrer que, pour tout réel  $x$  appartenant à  $[0; 1]$ ,  $f(x)$  appartient à  $[0; 1]$ .
4. On considère l'algorithme suivant :

Variables	$N$ et $A$ des entiers naturels ;
Entrée	Saisir la valeur de $A$
Traitement	$N$ prend la valeur 0 Tant que $N - \ln(N^2 + 1) < A$ $N$ prend la valeur $N+1$ Fin tant que
Sortie	Afficher $N$

- a. Que fait cet algorithme ?
- b. Déterminer la valeur  $N$  fournie par l'algorithme lorsque la valeur saisie pour  $A$  est 100.

## Partie B

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n^2 + 1)$ .

1. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  appartient à  $[0; 1]$ .
2. Étudier les variations de la suite  $(u_n)$ .
3. Montrer que la suite  $(u_n)$  est convergente.
4. On note  $\ell$  sa limite, et on admet que  $\ell$  vérifie l'égalité  $f(\ell) = \ell$ .

En déduire la valeur de  $\ell$ .