

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Fonctions, Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# FONCTION

## Partie A

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 pneus pour tracteurs.

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[1 ; 9]$  par  $f(x) = 0,5x^2 - 7x + 14 + 6 \ln(x)$ .

On admet que la fonction  $f$  modélise le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu, exprimé en centaines d'euros, pour  $x$  centaines de pneus produits.

1. La fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[1 ; 9]$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[1 ; 9]$  on a :  $f'(x) = \frac{x^2 - 7x + 6}{x}$ .

2.

- a. Justifier les variations suivantes de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; 9]$  :

$x$	1	6	9
Variations de $f$			

- b. Justifier que, sur l'intervalle  $[1 ; 9]$ , l'équation  $f(x) = 5$  admet une unique solution  $\alpha$ .
- c. Donner un encadrement au centième près de  $\alpha$ .
- d. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
X ← 1
Y ← 7,5
Tantque Y > 5
    X ← X + 0,01
    Y ← 0,5X2 - 7X + 14 + 6*ln(X)
Fin Tantque
```

À la fin de l'exécution de l'algorithme, quelle valeur numérique contient la variable X ?

3. Pour quelle quantité de pneus, le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu est-il minimal ?  
À combien s'élève-t-il ?

## Partie B

Cette même entreprise envisage la fabrication de semoirs (gros matériel agricole).

On admet que la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 100]$  par  $g(x) = 2x - 1 + e^{0,05x}$  modélise le coût de fabrication, exprimé en centaines d'euros, de  $x$  semoirs.

1. Donner une primitive  $G$  de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 100]$ .
2. Calculer la valeur moyenne de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 100]$ .
3. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.