

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonctions, Synthèse

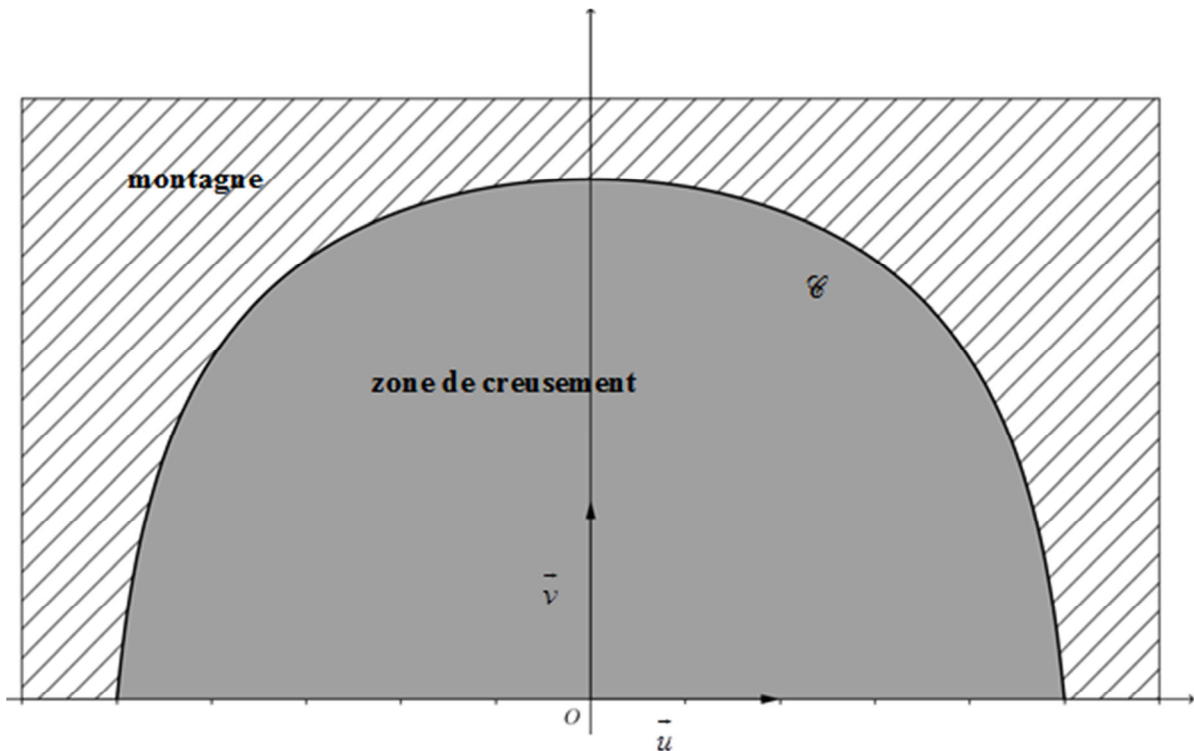


ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

FONCTION

Une entreprise spécialisée dans les travaux de construction a été mandatée pour percer un tunnel à flanc de montagne.

Après étude géologique, l'entreprise représente dans le plan la situation de la façon suivante : dans un repère orthonormal, d'unité 2 m, la zone de creusement est la surface délimitée par l'axe des abscisses et la courbe \mathcal{C} .



On admet que \mathcal{C} est la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[-2,5; 2,5]$ par :

$$f(x) = \ln(-2x^2 + 13,5).$$

L'objectif est de déterminer une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement.

Partie A : Étude de la fonction f

1. Calculer $f'(x)$ pour $x \in [-2,5; 2,5]$.
2. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de la fonction f sur $[-2,5; 2,5]$.
En déduire le signe de f sur $[-2,5; 2,5]$.

Partie B : Aire de la zone de creusement

On admet que la courbe \mathcal{C} est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées du repère.

1. La courbe \mathcal{C} est-elle un arc de cercle de centre O ? Justifier la réponse.
2. Justifier que l'aire, en mètre carré, de la zone de creusement est $A = 8 \int_0^{2,5} f(x) dx$.
3. L'algorithme, donné en annexe permet de calculer une valeur approchée par défaut de $I = \int_0^{2,5} f(x) dx$, notée a .

On admet que : $a \leq I \leq a + \frac{f(0) - f(2,5)}{n} \times 2,5$

- a. Le tableau fourni en annexe donne différentes valeurs obtenues pour R et S lors de l'exécution de l'algorithme pour $n = 50$.
Compléter ce tableau en calculant les six valeurs manquantes.
- b. En déduire une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement.

ANNEXE

Variables	R et S sont des réels n et k sont des entiers				
Traitement	S prend la valeur 0 Demander la valeur de n Pour k variant de 1 à n faire <table border="1" style="margin-left: 20px; width: 80%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">R prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">S prend la valeur $S + R$</td> </tr> </table> Fin Pour Afficher S		R prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$		S prend la valeur $S + R$
	R prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$				
	S prend la valeur $S + R$				

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de R et de S , arrondies à 10^{-6} , obtenues lors de l'exécution de l'algorithme pour $n = 50$.

Initialisation	$S = 0$ $n = 50$		
Boucle Pour	Étape k	R	S
	1
	2	0,130 060	0,260 176
	3	0,129 968	0,390 144
	4	0,129 837
	⋮		⋮
	24	0,118 137	3,025 705
	25	0,116 970	3,142 675
	⋮		⋮
	49	0,020 106	5,197 538
	50
Affichage	$S = \dots\dots\dots$		