Spé Maths
Terminale

Fonctions, Synthèse

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FONCTION, SYNTHÈSE 17

CORRECTION

Pour tout réel $k > 0$, les points A_k sont-ils alignés ?

Ici: • $f_k(x) = x + k\,e^{-x}$, avec $k > 0$

• $Df = IR$.

Pour répondre à cette question, nous allons montrer que tous les points A_k sont situés sur une même droite dont on déterminera l'équation.

• Posons: $f_k = g_1 + g_2$, avec: $g_1(x) = x$ et $g_2(x) = k\,e^{-x}$.

g_1 est dérivable sur IR comme fonction polynôme.

g_2 est dérivable sur IR comme fonction " exponentielle ".

Dans ces conditions, $g_1 + g_2$ est dérivable sur IR comme somme de 2 fonctions dérivables sur IR.

Par conséquent, $f_k = g_1 + g_2$ est dérivable sur IR.

Ainsi, nous pouvons calculer f_k' pour tout $x \in IR$, avec $k > 0$.

Pour tout $x \in IR$: $f_k'(x) = 1 - k\,e^{-x}$, avec $k > 0$.

• La fonction f_k admet un minimum sur IR quand: $f_k'(x) = 0$.

$f_k'(x) = 0 \iff \dfrac{k}{e^x} = 1 \iff e^x = k \Rightarrow x^* = \ln(k)$ car: $k > 0$.

Ainsi: $y^* = f(x^*) \Rightarrow y^* = x^* + 1$.

• Ainsi, tous les points A_k (x^* ; y^*) sont situés sur une même droite d'équation:

$$y = x + 1.$$

Au total: **oui**, pour tout réel $k > 0$, les points A_k sont alignés et sont tous situés sur la même droite d'équation: $\boldsymbol{y = x + 1}$.