

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Équations **Différentielles**



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# RÉSOLVRE $y' = ay + b$

3

## CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de  $y' = ay + b$  ( $a \in \mathbb{R}^*$ ,  $b \in \mathbb{R}^*$ )

sont les fonctions de la forme:  $x \rightarrow C \cdot e^{ax} + \frac{-b}{a}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .

1. Résolvons sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $y' = 3y - 1$ , avec  $y(0) = 2$ :

Ici, l'équation différentielle s'écrit:  $y' = 3y - 1$ .

- Les solutions de l'équation différentielle  $y' = 3y$  sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{3x}, C \in \mathbb{R}.$$

- Une solution particulière de l'équation différentielle  $y' = 3y - 1$  est:

$$h_2(x) = -\frac{b}{a} = \frac{1}{3}.$$

Dans ces conditions, les fonctions solutions de  $y' = 3y - 1$  sont:

$$h(x) = h_1(x) + h_2(x) \text{ cad } h(x) = C \cdot e^{3x} + \frac{1}{3}, C \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Or: } y(0) = 2 \Leftrightarrow h(0) = 2$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^0 + \frac{1}{3} = 2$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{5}{3}$$

Au total, la solution générale de  $y' = 3y - 1$  est:

$$h(x) = \frac{5}{3} \cdot e^{3x} + \frac{1}{3}$$

2. Résolvons sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $y' = -4y + 4$ , avec  $y(2) = 0$ :

Ici, l'équation différentielle s'écrit:  $y' = -4y + 4$ .

- Les solutions de l'équation différentielle  $y' = -4y$  sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{-4x}, C \in \mathbb{R}$$

- Une solution particulière de l'équation différentielle  $y' = -4y + 4$  est:

$$h_2(x) = -\frac{b}{a} = 1$$

Dans ces conditions, les fonctions solutions de  $y' = -4y + 4$  sont:

$$h(x) = h_1(x) + h_2(x) \text{ cad } h(x) = C \cdot e^{-4x} + 1, C \in \mathbb{R}$$

$$\text{Or: } y(2) = 0 \Leftrightarrow h(2) = 0$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^{-8} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow C = e^8$$

Au total, la solution générale de  $y' = -4y + 4$  est:

$$h(x) = e^8 \cdot e^{-4x} + 1$$