

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Récurrance, Synthèse



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

RÉCURRENCE, SYNTHÈSE

5

ÉNONCÉ

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3 000 cétacés dans cette réserve au 1^{er} juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en "réserve marine" ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

- entre le 1^{er} juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine;
- entre le 1^{er} novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5% de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

Pour tout entier naturel n , U_n désigne le nombre de cétacés au 1^{er} juin de l'année 2017 + n . On a donc: $U_0 = 3\,000$.

1. Justifier que $U_1 = 2\,926$.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,95 U_n + 76$.

3. A l'aide d'un tableur, on a calculé les 8 premiers termes de la suite (U_n) .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	u_n	3 000	2 926	2 856	2 789	2 725	2 665	2 608	2 553

Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les termes de la suite (U_n) ?

4. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n : $U_n \geq 1520$.

b. Démontrer que la suite (U_n) est décroissante.

c. Justifier que la suite (U_n) est convergente.

5. On désigne par (V_n) la suite définie par, pour tout entier naturel n , par:

$$V_n = U_n - 1520.$$

a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n : $U_n = 1480 \times 0,95^n + 1520$.

c. Déterminer la limite de la suite (U_n) .

6. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2 000.

$n \leftarrow 0$ $u \leftarrow 3\,000$ Tant que $n \leftarrow \dots\dots$ $u \leftarrow \dots\dots$ Fin de Tant que
--

7. La réserve marine fermera-t-elle un jour ? Si oui, déterminer l'année de la fermeture.